



رقم ١١٦

المكان للعلوم رياضيه وفلكيه

الجزء الاول

من

تحفة الطلاب في علم الحساب

تأليف

المرحوم احمد بك عظيم

ناظر المدرسة الخديوية

وهو مقررات السنة الاولى من التعليم الجهنيزي

قررت نظارة المعارف العمومية بتاريخ ١٨ دسمبر سنة ١٨٩٢ نمرة ٢٨٤
لزوم طبع هذا الكتاب على نفقة لها وتدريبه بالمدراس الاميرية

(حقوق الطبع محفوظة للنظارة)

(الطبعة الثانية)

بالمطبعة الكبرى الاميرية ببولاق مصر المحمية

سنة ١٨٩٤

افرنجيه



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نحمدك يا من نعمك لا يحصها حساب الخاسين ولا يقوم بواجبها شكر الشاكرين ونصلي
ونسلم على سيدنا محمد أسس شرعك الاقوم وقاسم نوالك الاعظم وعلى آله الذين سادوا بنسبتهم
اليه واصحابه الذين نالوا درجات السعادة في العاجلة والآجلة باعتمادهم في المهمات عليه
(وبعد) فلما كان علم الحساب من العلوم المفيدة للطلاب اذ به تنمو الادراكات
وتتزايد المعلومات وكانت الكتب الموجودة مع بعدها عن الغاية المقصودة قليلة الجدوى
صعبة المأخذ أمرت أن أؤلف كتابا سهل المثال واضح المثال موصلا للطالب على نمط
سهل مرغوب لتلامذة المدارس الاميرية التجهيزية في ظل ساحة الحضرة الفخيمة الخلدوية
ملكنا الاعظم وخديونا الانغم الذي لم يأل جهدا في نشر المعارف في أنحاء البلاد وبث روح
التقدم بين العباد ولي نعمتنا (عباس باشا علي الثاني) منح الله الامة بنور عدله وبكال
حرمة جميع الاماني وحرسه بعين عنايته وقوى دولته بدوام صولته فترقى الامة بكال حرمة
وقوة عزمه مجتهدا في الحصول على المعارف مستظلة بظله الوارف فشمرت عن ساعد الجدة
امتثالاً للقال وتحقيقاً للامال فجاءت بحمد الله تفضيلاً بالافادة موفياً بالغاية وزيادة وسميته
(تحفة الطلاب في علم الحساب) وقلت وعلى الله الاعتماد

احمد تظيم
ناظر المدرسة الخلدوية

الجزء الاول

من تحفة الطلاب في علم الحساب

الباب الاول

(في التعاريف الاولية والعدية وعمليات الحساب الاربعة الاصلية)

الفصل الاول

(في التعاريف الاولية)

- (١) الحساب هو علم يبحث فيه عن معرفة الاعداد واجراء العمليات المختلفة عليها
 - (٢) الكم أو الكمية كل ما قبل الزيادة والنقص مثل الطول والسطح والزمن والنقل ونحوها
 - (٣) الوحدة أو الاحد كمية مصطلح عليها تؤخذ قياسا لكميات أخرى متحدة الجنس مثل الذراع والقصبة والمتر ونحوها
 - (٤) العدد هو نتيجة تقدير الكم بالاحد
- فان دلت تلك النتيجة على احتواء الكم للاحد مرة أو عدة مرات صحيحة سميت عددا صحيحا
- حينئذ فالعدد الصحيح هو واحدا أو عدة وحدات متساوية المقدار
- وان دلت على أن الكمية أقل من الاحد سميت كسرا
- وحينئذ فالكسر هو ما دون الواحد
- وان دلت على احتواء الكم للاحد مرة أو عدة مرات صحيحة وعلى مقدارا أقل من الواحد سميت عددا كسريا
- وحينئذ فالعدد الكسري هو ما تألف من عدد صحيح وكسر
- والعدد ان لم يذكر جنس آحاده عند النطق به سمي مبهما كخمسة مثلا أما ان ذكر جنس آحاده عند النطق به فإنه يسمى بميزا كخمسة أرطال مثلا

الفصل الثاني

(في العدية أو العد)

- (٥) العدية كيفية الغرض منها تأليف الاعداد وتسميتها ورسمها بأشكال

(في تأليف الاعداد)

(٦) تتألف الاعداد بضم الواحد الى نفسه والى كل ناتج يحدث ومن هذا يعلم أنهم غير متناهية لانهما كان العدد الناتج من التأليف كبيرا فانه اذا ضم اليه واحد حدث عددا كبيرا كبر منه (في تسمية الاعداد أو العديّة اللفظية أو الهوائية)

(٧) قد علمت من كيفية تأليف الاعداد أنهم غير متناهية وبذاتة معذر بل يستحيل اعطاء كل منها اسما يخصه لكنهم وصلوا لافرض اتفقوا على استعمال ألفاظ قليلة يتيسر به التسمية جميع الاعداد الممكنة كما سنبينه

أولا - انهم أعطوا التسعة أعدادا لاول الالفاظ التسعة الآتية على الترتيب وهي واحد اثنان ثلاثة أربعة خمسة ستة سبعة ثمانية تسعة (وسموا هذه الاعداد بالاحاد البسيطة الاصلية)

ثانيا - انهم أعطوا العدد المتكون من اضافة الواحد الى تسعة اسم عشرة وجعلوه نوعا جديدا من الوحدة وعدوا به من عشرة الى تسع عشرات كما عدوا بالاحاد البسيطة فقالوا عشرة عشرون ثلاثون أربعون خمسون ستون سبعون ثمانون تسعون (وسموا هذه الاعداد بالعشرات)

ثالثا - انهم اتفقوا على تسمية الاعداد المتوسطة بين كل عشرة والتي تليها بواسطة ضم أسماء التسعة أعداد الاول الى كل اسم من أسماء العشرة والعشرين الى التسعين فقالوا مثلا أحد عشر اثني عشر واحد وعشرين وهكذا الى تسعة وتسعين

رابعا - انهم أعطوا للعدد المتكون من اضافة الواحد الى عدد تسعة وتسعين اسم مائة أو عشر عشرات وجعلوه نوعا جديدا من الوحدة وعدوا به من المائة الى تسع مئات كما عدوا بالاحاد البسيطة والعشرات فقالوا مائة مائتين ثلاثمائة أربعمائة خمسمائة ستمائة سبعمائة ثمانمائة تسعمائة (وسموا هذه الاعداد بالمئات) ثم انه باضافة أسماء التسعة وتسعين عددا لاول الى كل من مائة ومائتين الى تسعمائة قد تحصى لاول على أسماء جميع الاعداد من مائة وواحد الى تسعمائة تسعة وتسعين

خامسا - انهم أعطوا للعدد المتألف من ضم الواحد الى عدد تسعمائة تسعة وتسعين اسم الاف أو عشر مئات وجعلوه وحدة جديدة أيضا وعدوا به من ألف الى تسعة آلاف

فقالوا ألف ألفان ثلاثة آلاف أربعة آلاف خمسة آلاف ستة آلاف سبعة آلاف ثمانية آلاف تسعة آلاف (وسموا هذه الأعداد بالآلاف) ثم أضافوا أسماء التسمية وتسعة وتسعين عدداً الأول إلى كل من ألف وألفين وهكذا إلى تسعة آلاف قد توصلوا إلى تسمية جميع الأعداد من ألف وواحد إلى تسعة آلاف وتسعمائة وتسعة وتسعين

سادساً - حيث قد علم مما تقدم أن اجتماع كل عشرة آحاد من أي مرتبة كانت يحصل منه نوع جديد من الوحدة فكان يجب بالقياس على ذلك إعطاء العدد المؤلف من ضم الواحد إلى عدد تسعة آلاف وتسعمائة وتسعة وتسعين اسماً يخصه لكنهم اصطلموا لأجل الاختصار في التسمية على اعتبار الآلاف وحدة جديدة أصلية وعدوا بالآحاد الآلاف وعشراته ومئاته كما عدوا بالآحاد البسيطة وعشراتهما ومئاتها وبهذه الطريقة قد توصلوا إلى تسمية جميع الأعداد من عشرة آلاف وواحد إلى تسعمائة وتسعة وتسعين ألفاً وتسعمائة وتسعة وتسعين

سابعاً - انهم أعطوا للعدد المؤلف من ضم الواحد إلى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين ألفاً وتسعمائة وتسعة وتسعين اسم مليون أو ألف ألف وجعلوا وحدة جديدة وعدوا بالآحاد وعشراته ومئاته من مليون إلى ألف مليون وجعلوا هذا العدد الأخير وحدة جديدة وسموها بليوناً ثم انهم جعلوا من ألف بليون وحدة أخرى جديدة وسموها ترليوناً وهكذا

ومقتضى ما ذكر في طريقة العدبة الهوائية أن اسم أي عدد من هذه الأعداد لا يتحقق إلا بضم عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الأول إلى ألف أو مليون أو بليون وهكذا بشرط أن لا يكون منطوق كل عدد منها دالاً على أكثر من تسع آحاد وتسع عشرات وتسع مئات من كل نوع ومن ثم سميت الوحدة الأصلية التي يتوصل بها إلى تأليف جميع الأعداد بالوحدة البسيطة أو وحدة المرتبة الأولى وسميت العشرات بالمرتبة الثانية والمئات بالمرتبة الثالثة والآلاف بالمرتبة الرابعة وعشرات الآلاف بالمرتبة الخامسة وهكذا

ثم إن الوحدات الأولية أو وحدات المرتبة الأولى والآلاف أو وحدات المرتبة الرابعة والملايين أو وحدات المرتبة السابعة الخ تسمى وحدات المراتب أو الفصول الثلاثية لأنها تتابع ثلاثة ثلاثة والفصول الثلاثية التي اتفق على تسميتها أشاعر وهى آحاد آلاف مليون بليون ترليون كاتريون سنكليون سيسليون سبتليون ويتليون نوفليون ديشليون

(في رسم الاعداد بالاشكال أو العدية الوضعية أو الغبارية)

(٨) لما سلك علماء الحساب مسلك الإيجاز والاختصار في تسمية الاعداد رأوا من الواجب أن يسلكوا هنا أيضا عين هذا المسلك طلبا للسرعة في اجراء الاعمال وكما أنهم استعملوا لاجل النطق بالاعداد تسعة كلمات اخترعوا أيضا لاجل كتابتها تسع اشارات أو أرقام وكما أنه يحدث من اجتماع أسماء الاعداد التسعة مع أسماء آحاد المراتب المختلفة أسماء جميع الاعداد اصطالحوا أيضا على أن الأرقام الموضوعة بجانب بعضها تدل بالنظر لذاتها على عدد وحدات كل نوع وبالنظر لوضعها على مرتبة تلك الوحدات وهالك بيان الأرقام التسعة المذكورة

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

وهي عبارة عن

واحد اثنان ثلاثة أربعة خمسة ستة سبعة ثمانية تسعة

فاذا أريد كتابة أي عدد توضع الأرقام الدالة على مقدار وحدات كل مرتبة من مراتبه المشغل عليها بجانب بعضها بحيث يكون رقم الآحاد البسيطة أو آحاد المرتبة الأولى في الخانة الأولى من الجهة اليمنى ورقم العشرات أو آحاد المرتبة الثانية في الخانة الثانية على يسار الخانة الأولى ورقم المئات أو آحاد المرتبة الثالثة في الخانة الثالثة على يسار الثانية وهكذا فعلى هذا يكتب عدد تسعة آلاف وخمسمائة وسبعة وستين هكذا

٩٥٦٧

فاذا لم يحتو العدد المقفول به على وحدات جميع المراتب التي تكون دون مرتبة آحاده العليا فإنه يوضع محلها هذه العلامة (٠) ويعبر عنها بصفر وهو لا قيمة له في نفسه وإنما فائدة وضعه حفظ محل ما لم يوضع من الأرقام التي هي ٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

فعلى مقتضى ما ذكر يكتب عدد تسعمائة وخمسة المئات من تسع مئات وخمسة آحاد بدون عشرات هكذا

٩٠٥

(٩) وعلى العموم اذا أريد كتابة أي عدد مقفول به توضع الأرقام الدالة على وحدات مراتبه التي يحتوي عليها من مئات كل مرتبة ثلاثية وعشراتهما وآحادهما متالية بعضها بجانب بعض بالابتداء من الجهة اليسرى وتوضع أصفار في محل الآحاد أو العشرات أو المئات التي تكون معدومة من العدد المفروض فعلى مقتضى ما ذكر يكتب عدد تسعمائة وسبعة ملايين

٩٠٧٠٠٠٥٣

وخمسمائة وثلاثة هكذا

(١٠) لقراءة أى عدد مكتوب يقسم الى فصول ثلاثية الارقام من اليمين الى اليسار وقد يكون الفصل الاخير من الجهة اليسرى لا يحتوى الا على رقم أو رقمين فقط ثم يتبدأ من اليمين الى اليسار بقراءة كل فصل على حدة وبذكر فى الآخر اسم أحاده فإذا أريد قراءة عدد ٩٠٧٠٠٠٥٠٣ نطق به هكذا تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة آلاف

والطريقة التى تكلمنا عليها فى العديّة تسمى بالطريقة العشرية لان المستعمل فيها عشرة أرقام وإذا قبل ان أساسها عشرة

(١١) وما تقدم ينتج

أولاً - أن لكل رقم من أى عدد قيمتين احدهما القيمة المطلقة وهى المتعلقة بذاته من حيث دلالة على الوحدات المتألف منها وثانيتهما القيمة النسبية وهى المتعلقة بالرتبة التى يشغلها الرقم ثانياً - اذا وضع صفر أو صفران أو عدة أصفار على يسار أى عدد أو حذف من يساره فإن قيمة العدد لا تتغير بخلاف ما اذا كانت تلك الأصفار الموضوعة أو المحذوفة من يمينه فان ذلك مما يكبر قيمة العدد أو يصغرها عما كانت عليه بعشر مرات أو بمائة مرة أو بألف مرة فإذا وضع صفران على شمال عدد ٢٤٨ بان صار ٢٤٨٠٠ فان قيمته لا تتغير لان كل رقم من أرقامه لا يزال شاغلاً المنزلة التى كان يشغلها أولاً بخلاف ما اذا وضع الصفران على يمينه بأن صار ٢٤٨٠٠ فان قيمته كبرت عن أصلها مائة مرة لان كل رقم من أرقامه ٨ و ٤ و ٢ قلل على آحاداً كبير من أحاده بمائة مرة والعكس للعكس

الفصل الثالث

(فى عمليات الحساب الاصلية)

(١٢) للحساب أربع عمليات أصلية هى الجمع والطرح والضرب والقسمة فالجمع والضرب لتكوين الأعداد والطرح والقسمة لتحليلها وإجراء هذه العمليات يسمى حساباً (١٣) كل عملية من العمليات المبني عليها هذا العلم تتضمن أربعة أشياء هى الغرض والقاعدة والبرهان والميزان فالغرض من أى عملية هو المقصود منها والقاعدة هى الوسائط المستعملة للوصول الى ذلك الغرض والبرهان ما بواسطته يكون انبات الطرق المستعملة للوصول الى الغرض والميزان عملية ثانية مجبولة لتحقيق صحة العملية الاولى.

(في الجمع)

(١٤) الجمع عملية الغرض منها تحصيل عدد يسمى مجموعاً يحتوي على وحدات عددين أو ثلاثة أعداد مفروضة من نوع واحد يستندل على الجمع بهذه العلامة + ونسمي زائد فالعدد ٣ + ٤ يراجه لزوم ضم عدد ٣ الى عدد ٤

يفتج من تعريف الجمع أنه إذا أريد ضم عدد الى آخر يحلل أحدهما وليكن الاصغر مثلاً الى وحداته المتألف منها ثم تضاف على التوالي واحداً بعد آخر الى العدد الثاني

(١٥) وهذه الطريقة وإن لم يظهر فيها صعوبة كبرى عند ما يراجم عددين بسيطين مثل ٣ و ٤ غير أن تلك الصعوبة تظهر عندما يكون العددان أو الأعداد المراد جمعها كبيرة ففي هذه الحالة يتحصل المجموع الكلي بواسطة مجموعات جزئية مختصرة وذلك بأن تجمع الآحاد والعشرات والمئات الخ المؤلف منها جميع الأعداد المطلوب جمعها كل منها على حدة وسهولة العمل بوضع الأعداد المفروضة تحت بعضها على وجه بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة متحاذية في عمود رأسي ولتمثل لذلك بمثالين

الاول - أن يكون المطلوب جمع عددي ٦٤ و ٣٢ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} 64 \\ 32 \\ \hline 96 \end{array}$$

ثم نقول ٤ آحاد و ٢ آحاد يحصل ٦ آحاد نضعها تحت عمود الآحاد ثم نقول ٦ عشرات و ٣ عشرات يحصل ٩ عشرات نضعها تحت عمود العشرات وعلى ذلك يكون ٩٦ هو المجموع المطلوب

والمعتاد في كل جمع جزئي الاستغناء عن التصريح باسم جنس الآحاد التي يجري فيها العمل ولذا يقال ٤ و ٢ يحصل ٦ و ٦ و ٣ يحصل ٩

المثال الثاني - أن يكون المطلوب تحصيل مجموع الأعداد ٤٥٢٣٧ و ٤٥٦ و ٨٧٣٢٧ و ٨٤ فنضعها هكذا

$$\begin{array}{r} 45237 \\ 456 \\ 87327 \\ 84 \\ \hline 133104 \end{array}$$

ثم نقول ٧ و ٦ يحصل ١٣ و ٧ يحصل ٢٠ و ٤ يحصل ٢٤ فنضع ٤ في منزلة الآحاد ونحفظ ٢ عشرات لنضيفها إلى عشرات الأعداد المفروضة ثم نقول معنا ٢ و ٣ يحصل ٥ و ٥ يحصل ١٠ و ٢ يحصل ١٢ و ٨ يحصل ٢٠ و حيثان ٢٠ عشرات تعادل ٢ عشرات + ٢ مئات فنضع ٢ في منزلة العشرات ونحفظ ٢ مئات لنضيفها إلى مئات الأعداد المفروضة ثم نقول معنا ٢ و ٢ يحصل ٤ و ٤ يحصل ٨ و ٣ يحصل ١١ و حيثان ١١ مئات تعادل ١ مئات + ١ ألوف فنضع ١ مئات تحت عمود المئات ونحفظ ١ ألوف لنضيفه إلى ألوف الأعداد المفروضة ثم نقول معنا ١ و ٥ يحصل ٦ و ٧ يحصل ١٣ و حيثان ١٣ ألوف تعادل ٣ ألوف + ١ عشرات ألوف فنضع ٣ تحت عمود الألوف ونحفظ ١ عشرات ألوف لنضيفه إلى عشرات ألوف الأعداد المفروضة ونقول معنا ١ و ٤ يحصل ٥ و ٨ يحصل ١٣ و حيثان العدد ١٣ يعادل ٣ عشرات ألوف + ١ مئات ألوف فيوضع ٣ محل عشرات الألوف ويوضع الواحد محل مئات الألوف ويكون عدد ١٣٣١٠٤ هو المجموع المطلوب

(١٦) وعلى العموم إذا أردت جمع جملة أعداد نضعها تحت بعضها بحيث تكون آحادها المتحدة المنزلة في عمود رأسى ونرسم تحتها مستقيماً أفقياً ليقصدها من الحاصل وتبدأ الجمع من جهة اليمين من عمود الآحاد فإن لم يتجاوز ٩ وضعت النتيجة تحت العمود المذكور وإلا لم نضع تحتها غير آحاده ثم نحفظ العشرات لنضيفها إلى عمود العشرات ونجري العملية على هذا العمود كما أجريناها على عمود الآحاد ونستمر على هذا المتوال حتى فصل إلى العمود الأخير فنضع تحتها جملة بتماها

(١٧) لما كان العدد المتحصل من هذه العملية مؤلفاً من جميع وحدات المنازل المختلفة للأعداد المفروضة فيكون هو ضرورة حاصل الجمع المطلوب

(١٨) قد اشترطنا عند إجراء عملية الجمع أن الابتداء بها يكون من جهة اليمين وذلك لأنه يتحصل بهذه الكيفية من جمع كل عمود رقم من الحاصل المطلوب

ولا يتأتى ذلك دائماً إذا كان الابتداء من جهة اليسار لأنه في صورة ما إذا كان نتج من جمع أحد الأعمدة أكثر من ٩ آحاد فإنه يلزم وضع الآحاد وإضافة العشرات الزائدة إلى الرقم الموضوع تحت العمود الذي قبله وهذا لا يتأتى إلا إذا تغير الرقم المذكور

وهذا مثالا لذلك

$$\begin{array}{r}
 ٨٧٣٩ \\
 ٩٦٧٨ \\
 ٦٨٩٧ \\
 \hline
 ٢٣١٩٤ \\
 ٢١٢ \\
 \hline
 ٢٥٣١٤ \\
 ١ \\
 \hline
 ٢٥٣١٤
 \end{array}$$

(١٩) يكفى في ميزان عملية الجمع إعادة العمل على عكس عملية الجمع المعتادة بمعنى أنه اذا كان الجمع قد أجرى من أعلى الى أسفل فان الميزان يجرى من أسفل الى أعلى فان تساوى المجموعان فلا يكون في العملية غلط كما في هذا المثال

$$\begin{array}{r}
 ٦٥٨٨ \\
 ٠٩٢٧ \\
 ٤٣ \\
 \hline
 ٥٦١٨ \\
 ٦٥٨٨
 \end{array}$$

وقد يقع الغلط في عملية الميزان الجديدة بل ربما يكون الغلط الواقع في العمليتين واحدا فعلى هذا لا يكون الغرض من ميزان العملية الا تقرب نتيجتها الى العقل تقريبا كليا

(الكلام على المسائل)

(٢٠) لكل مسألة حل وحلها افادة جوابها

ويلزم حل أى مسألة حسابية أمران أحدهما ترتيب ما يلزم لتحصيل النتيجة المطلوبة ويسمى ذلك بترتيب السؤال والثاني اجراء عملية حلها

(٢١) وليست الصعوبة في حل مسألة اجراء العملية الموصلة للحل بل الصعوبة في نفس ترتيب حلها اذ لا قاعدة لذلك انما ادراك هذا الترتيب يكون باستعداد طبيعي يكتسبه الطالب من كثرة محارسته حل المسائل لكن الواجب التسهيل وسائط ذلك أن يتصور الطالب في عملية أى حسبة وأن يتأمل في السؤال تأملا جيدا لينظر ما يوافق من الاعمال لارتباط المقادير المعروفة بالمقادير المطلوبة فحينئذ ينل هذا المقصود سهل حل المسألة لانه لا يبقى بعد ذلك غير عملية الحسابات المنوطة بطرق علم الحساب

(في مسائل الجمع)

(٢٢) ولنسرد بعض مسائل الجمع فنقول

(١) أحد السواحين سافر خمسة أيام فقطع في أول يوم ٢٥ ميلا وفي الثاني ٢٧ ميلا وفي الثالث ١٩ ميلا وفي الرابع ٣٠ ميلا وفي الخامس ٢٤ ميلا والمطلوب معرفة مقدار طول الطريق التي قطعها

فالجواب أن مقدار طول الطريق يعرف بجمع المسافات التي قطعها في الأيام الخمسة وحينئذ إذا جمعت الأعداد ٢٥ و ٢٧ و ١٩ و ٣٠ و ٢٤ يعلم أن مقدار طول الطريق التي قطعها السائح هو ١٢٥ ميلا

(٢) اشترى أحد الملتزمين ضيعة فدفع في ثمن أشجارها مبلغ ٧٥٦٤٥ غرشا وفي ثمن مواشها مبلغ ٤٥٦٧ غرشا وفي ثمن آلات زراعتها مبلغ ٨٦٨٩ غرشا وفي ثمن البيوت الموجودة بها مبلغ ٦٨٤٦٤ غرشا وبلغت مصاريف الحج مبلغ ٦٥٢٣ غرشا وقيمة أتعاب السماسرة مبلغ ٨٥٩ غرشا فكم غرشا تكلفت عليه هذه الضيعة

فالجواب أن مقدار الغروش التي صرفها الملتزم للحصول على الضيعة يعرف بجمع المبالغ التي صرفها في جميع شؤونها فإذا جمعت هذه الأعداد يعلم أن عدد ١٦٤٧٤٧ غرشا هو مقدار ما تكلفته الضيعة على الملتزم

(٣) رجل ذو عائلة مصروفه السنوي كما يأتي ٢٧٦٥٢ غرشا في أثمان المأكولات و ٦٨٥٤ غرشا في أثمان الملابس و ٤٦٨٣ غرشا في أجرة مسكن و ٦٣٤٧ غرشا في ماهيات خدم و ٤٦٥٥ غرشا في مصاريف سائرة فكم مصروف هذا الرجل مدة السنة

فالجواب أن مقدار ما يصرفه الرجل المذکور مدة السنة يعلم متى جمعت جميع المبالغ التي يصرفها في احتياجاته المختلفة على بعضها وبناء عليه يكون مبلغ ٤٦٠٠١ غرشا هو القيمة المطلوبة

(مسائل يطلب حلها)

(١) اشترى أحد التجار أربع قطع من البن رتبة الأولى ٥٧ رطلا و رتبة الثانية ٦٣ رطلا و رتبة الثالثة ٤٨ رطلا و رتبة الرابعة ٦٨ رطلا والمطلوب معرفة رتبة القطار التي اشتراها الجواب ٢٣٦ رطلا

(٢) سئل رجل عن عمره فقال المبلغ سني ٨ سنوات دخلت المدرسة الابتدائية ومكثت بها ٥ سنوات حتى أتممت دروسها ثم انتقلت إلى المدرسة التجهيزية ولم أخرج منها

الابعد أن أتممت بها ٤ سنوات ثم مكثت أيضا ٦ سنوات بعد دراسة الطب ولى بعد أن خرجت من هذه المدرسة الأخيرة الى الآن ٢٨ سنة مستخدما بمصالح الحكومة والمطلوب معرفة مقدار عمره
الجواب ٥١ سنة

(٣) أراد والد تشويق أولاده مكافأة لهم على التعليم فأهدى الأكبر ساعة قيمتها ١٥٣٤ غرشا وأهدى الثاني كتابا قيمتها ١٣٢٥ غرشا وأهدى الثالث حصانا قيمته ١٤١٣ غرشا وأهدى ابنته حلقا قيمته ٩٥٤ غرشا والمطلوب معرفة قيمة أثمان هذه الهدايا
الجواب ٥٢٢٦ غرشا

(في الطرح)

(٢٣) الطرح عملية الغرض منها استخراج عدد من عددين متحدى النوع علم مجموعهما وأحدهما ويسمى المجموع مطروحا ومنه والعدد المعلوم مطروحا والعدد المطلوب استخراجها باقيا أو فرقا أو فاضلا

ويستدل على الطرح بهذه العلامة — وتسمى ناقص — وحينئذ فالقادر ٥ — ٣ يدل على لزوم طرح عدد ٣ من عدد ٥

يؤخذ من تعريف الطرح أنه يمكن استخراج الباقي بطريقتين أحدهما أن تطرح من المجموع أو العدد الأكبر جميع أعداد العدد الأصغر على التوالي وثانيتهما أن تبحث عن العدد الذي اذا أضيف الى العدد الأصغر يتحصل من مجموعهما العدد الأكبر

فإذا أريد مثلا إيجاد الفرق بين عددين مجموعهما ٥ وأحدهما ٣ بالطريقة الأولى نقول ١ مطروح من ٥ يبقى ٤ و ١ مطروح من ٤ يبقى ٣ و ١ مطروح من ٣ يبقى ٢ فيكون ٢ هو الباقي المطلوب أما اذا أريد إيجاد الطريقة الثانية نقول ٣ و ١ يحصل ٤ و ١ يحصل ٥ فلزم حينئذ إضافة ٢ أحاد الى عدد ٣ حتى يحصل ٥ فاذن يكون ٢ هو الباقي المطلوب

(٢٤) ولما كان هاتان الطريقتان تؤيدان الى التطويل في العمل سيما اذا كان العدد المطروح كبيرا أو كان الباقي المطلوب استخراجا أو العدد المقتضى إضافته كبيرا ناسب اختصار العملية بواسطة طرح الأعداد المتحدة المنزلة من بعض ما على التوالي وهذا يستلزم وضع العدد الأصغر تحت الأكبر بحيث تكون الأعداد المتحدة المنزلة في العددين متقابلة ولتأمل ذلك بمثالين

المثال الاول - أن يكون المطلوب طرح عدد ٤٢ من ٧٨ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٧٨ \\ ٤٢ \\ \hline ٣٦ \end{array}$$

ثم نقول ٢ آحاد من ٨ آحاد يبقى ٦ آحاد فنضع ٦ تحت عمود الآحاد ثم نقول ٤ عشرات من ٧ عشرات يبقى ٣ عشرات فنضع ٣ تحت عمود العشرات ويكون الباقي المطلوب هو ٣٦ ومن المعتاد في إجراء عملية الطرح الاستغناء عن ذكر جنس الآحاد فنقول في المثال المتقدم ٢ من ٨ يبقى ٦ فنضع ٦ تحت عمود الآحاد ثم نقول ٤ من ٧ يبقى ٣ فنضع ٣ تحت عمود العشرات

المثال الثاني - أن يكون المطلوب طرح عدد ٧٠٣٤٥ من ٩٣٥٤٨ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٩٣٥٤٨ \\ ٧٠٣٤٥ \\ \hline ٢٣٢٠٣ \end{array}$$

ثم نقول ٥ من ٨ يبقى ٣ فنضع ٣ تحت عمود الآحاد ونقول ٤ من ٤ لا يبقى شيء ومن ذا يعلم أن ليس الباقي رقم عشرات فلهذا يوضع صفر محل العشرات ثم نقول ٣ من ٥ يبقى ٢ فيوضع ٢ تحت عمود المئات ثم نقول لاشئ مطروح من ٣ أو صفر من ٣ يبقى ٣ فنضع ٣ بعينها تحت عمود الآلاف ثم نقول ٧ من ٩ يبقى ٢ فنضعها تحت عمود عشرات الآلاف ويكون عدد ٢٣٢٠٣ هو الباقي المطلوب فإذا كان بعض أرقام المطروح أكبر من الأرقام المقابلة لها من المطروح منه فإنه لا يتأتى الطرح إلا بواسطة الاستعارة

فإذا أريد مثلاً طرح ٢٩ من ٦٧ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٦٧ \\ ٢٩ \\ \hline ٣٨ \end{array}$$

ثم نقول حيث أنه لا يمكن طرح ٩ من ٧ فنستعير واحداً من عدد ٦ الذي هو عشرات ٦٧ ونضيفه إلى عدد ٧ فيتحل بذلك عدد ٦٧ إلى ١٧ آحاد و ٥ عشرات وتؤول المسألة إلى طرح ٩ آحاد من ١٧ آحاد وإلى طرح ٢ عشرات من ٥ عشرات ثم نقول ٩ من ١٧ يبقى ٨ نضعها تحت عمود الآحاد ونقول ٢ من ٥ يبقى ٣ نضعها تحت عمود العشرات ويكون عدد ٣٨ هو الباقي المطلوب

وهناك حالة تصعب فيها العملية وهي ما إذا كان الرقم المستعار منه صفرا فنفرض مثلاً أن المطلوب طرح عدد ٢٤٦٧ من ٨٠٠٥ نضعهما هكذا

$$\begin{array}{r} ٨٠٠٥ \\ ٢٤٦٧ \\ \hline ٥٥٣٨ \end{array}$$

ثم نقول حيث أنه لا يمكن طرح ٧ من ٥ لزمنا الاستعارة حتى يتأتى الطرح غير أنه لا يمكن الاستعارة إلا من الرقم المعنوي ٨ الذي هو في منزلة آحاد الألوف فيستعار منه واحد بالالف وهو يعادل ١٠ مئات يترك منها ٩ مئات في منزلة المئات وتحلل المائة الباقية إلى ١٠ عشرات يترك منها ٩ عشرات في منزلة العشرات وتضم العشرة الباقية إلى عدد ٥ فيتحصل ١٥ آحاد وبذلك نتحول المسئلة إلى طرح ٧ آحاد من ١٥ آحاد و ٦ عشرات من ٩ عشرات و ٤ مئات من ٩ مئات و ٢ ألوف من ٧ ألوف

(٢٥) وبالجملية متى أردت طرح عدد من آخر وضعت الأصغر منهما تحت الأكبر بحيث تكون الآحاد المتحذة المنزلة منهما متقابلة وترسم تحتها خطاً مستقيماً أفقياً ليصلها من الباقي ثم تطرح كل رقم من الأرقام السفلى من الرقم الذي يقابله من الأرقام العليا مبتدئاً من الجهة اليمنى وتضع كل باق جزئى تحت العمود الذى أنتجه فان لم يتجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى المقابل له وضعت باقى طرحهما تحت العمود وان ساواه وضعت باقى طرحهما صفراً وان كان الرقم الاسفل صفراً وضعت فى الباقي رقم المطروح منه بتمله أما ان تجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى المقابل له استعرت واحداً من أول رقم معنوى من الجهة اليسرى وأضفته إلى الرقم الذى تريد الطرح منه باعتبار أنه مساو عشرة وبذلك ينقص العدد المستعار منه واحداً فإذا وجدت أصفاراً بين الرقم المذكور والرقم المستعار منه وضعت محل كل صفر تسعة حتى تنتهى إلى العمود الأخير فتضع تحته الباقي المتحصل منه وبمذا تتم العملية

(٢٦) لما كان الباقي المتحصل من عملية الطرح عبارة عن مجموع الفروق المتحصلة من اسقاط جميع وحدات المنازل المختلفة للعدد الأصغر من المقابل لها للعدد الأكبر أى عبارة عن العدد الذى إذا أضيف إلى العدد الأصغر يتحصل العدد الأكبر فيكون هو الباقي المطلوب

(٢٧) قد اشترطنا عند إجراء عملية الطرح أن لا تبدأ بمى يكون من الجهة اليمنى لأنه يتحصل بهذه الكيفية من كل طرح جزئى رقم واحد من الباقي المطلوب

ولا يتأق ذلك غالباً اذا كان الابتداء من الجهة اليسرى لانها اذا وجدت في المطروح أرقام أكبر من الأرقام المقابلة لها من المطروح منه فإنه لا يتأق الطرح بواسطة الاستعارة الا اذا تغير بعض أرقام الباقي المتحصل وذلك لسكون العملية قد أجريت على الأرقام المتقدمة

وهالـ مثالا لذلك

$$27007853$$

$$48239809$$

$$29878004$$

$$18767994$$

(٢٨) اذا زاد المطروح منه أو نقص بمقدار ما فان الباقي يزيد أو ينقص تبعاً له بقدر ذلك المقدار ويحصل للباقي عكس ذلك لو زاد المطروح أو نقص بمقدار ما فإنه ينقص أو يزيد بقدر ذلك المقدار عكس له وهذا من الضروريات فعلى ذلك يقال حيث ان عدد ٣ هو الفرق بين ٧ و ٤ كان الفرق بين ٧ + ٥ وعدد ٤ هو ٣ + ٥ أى ٨

وينتج من ذلك أن الفرق بين عددين لا يتغير اذا زاد أو نقص كل منهما بمقدار ما

وسبب ذلك أنه لما كان الفرق بين أى عددين يدل على الفاضل بينهما كان الفرق المذكور على حالة واحدة دائماً سواء زاد العددان أو نقصا بمقدار واحد وحينئذ يكون الفرق بين ٧ و ٣ هو عين الفرق بين ٧ + ٥ و ٣ + ٥ وكذا يكون الفرق بين ١٥ و ٨ عين الفرق بين

$$10 - 8 = 2$$

(٢٩) يتوصل بالقاعدة السابقة الى طريقة أخرى في اجراء عملية الطرح وهي أنه عوضاً عن أن يطرح من الرقم الاعلى الواحد الذى استعير منه ويطرح منه الرقم الاسفل المقابل له فإنه يعتبر الرقم الاعلى على حاله بدون نقص شئ منه ويطرح منه الرقم الاسفل المقابل له باضافة الواحد المستعار اليه وما كل الطريقتين واحد كما لا يخفى ثم اذا وجدت أصفاً بين رقم المطروح منه المستعار له وزقم المطروح منه المقتضى الاستعارة منه فإنه عوضاً عن أن تجعل محل هذه الاصفاة تسعات ثم تطرح منها الأرقام السفلى المقابلة لها فإنه يجعل محل كل صفر منها ١٠ ويطرح منها الأرقام السفلى المقابلة لها بزيادة الواحد وهكذا يستمر حتى تنتهى العملية

ولنمثل لذلك بالثالثين الاخيرين من غرة ٢٤ ونجعل الوضع على هذه الصورة

$$8000 \quad 27 \quad \text{مطروح منه}$$

$$2467 \quad 29 \quad \text{مطروح}$$

$$5538 \quad 38 \quad \text{الباقي}$$

ونقول في المثال الاول ٩ من ٧ + ١٠ أومن ١٧ يتي ٨ و ٢ + ١ أو ٣ من ٦ يتي ٣ ونقول في المثال الثاني ٧ من ٥ + ١٠ أومن ١٥ يتي ٨ و ٢ + ١ أو ٧ من ١٠ يتي ٣ و ٤ + ١ أو ٥ من ١٠ يتي ٥ و ٢ + ١ أو ٣ من ٨ يتي ٥ وناتجها معن الناتجين السابقين

(٣٠) يمكن في عمل ميزان الطرح أن نضم الباقي إلى أصغر العددين المفروضين فإن كان الحاصل مساوياً للأكبر كانت العملية صحيحة وهذا ناهي عن تعريف الطرح

۸۰۰۰
 ۲۴۶۷

 ۵۵۳۸

 ۸۰۰۰

(في المتعم الحسابى أوالرقى)

(٣١) المقيم الحسابي أو الرقي لا ي عدد هو العدد الذي يجب اضافته اليه ليحصل من مجموعهما واحد متبوع بأصفار وعلى ذلك يكون المقيم الحسابي لعدد ٧ هو ٣ لأن $٣ + ٧ = ١٠$ والمقيم الحسابي لعدد ٣٧ هو ٦٣ لأن $٦٣ + ٣٧ = ١٠٠$ (هذه العلامة = تسمى يساوى وتدل على مساواة ما قبلها بالمعدها)

(٣٢) يؤخذ مما تقدم أنه يتوصل الى المتهم الحسابي لاى عدد بواسطة طرحه من واحد
سبع بأصفار كاف الطرح ولما كان عند اجراء عملية الطرح يطرح الرقم الاول من العدد
المفروض من ١٠ وباقى أرقامه تطرح من ٩ يعلم أنه اذا أضيف أى رقم من أرقام المتهم
الحسابي الى الرقم المقابل له من العدد المفروض يكون مجموعهما مساويا ٩ ماعدا رقى الاحاد
منهما فان مجموعهما يكون مساويا ١٠ ومن ذلك يمكن أن تستنتج طريقة سريعة تتوصل بها الى
معرفة المتهم الحسابي لاى عدد مفروض سواء ابتدأنا بالطرح من جهة اليمين أو من جهة اليسار
مثال ذلك اذا أردنا إيجاد المتهم الحسابي لعدد ٢٨٤٦٢٩ وابتدأنا الطرح من جهة اليسار
وجدنا أنه عبارة عن ١٧٠١٣٥٩٦١ أو ٦١٥٣٧١٦١

ثم اذا أريد الان طرح عدد ٣٨٤٦٢٩ من ٨٣٧١٦٤ بواسطة المنهم الحسابي فاننا عوضا عن وضعه ما على الصورة الآتية واجراء عملية الطرح المعتادة عليهما

APVITZ
FLETC

نستعرضها بعملية الجمع الآتية

المطروح منه	٨٣٧١٦٤
التمم الحسابي للمطروح	٦١٥٣٧١
	<hr/>
	١٤٥٢٥٣٥
	٤٥٢٥٣٥

ثم نقول حيث ان المطروح منه وهو ٨٣٧١٦٤ يزيد عن الباقي بقدر المطروح وهو ٣٨٤٦٢٩ كما يؤخذ ذلك من تعريف الطرح وقد أضيف اليه زيادة عمداً كتممه وهو ٦١٥٣٧١ فيكون المجموع زائداً ضرورة عن الباقي بمجموع المقدارين المذكورين أي ٣٨٤٦٢٩ + ٦١٥٣٧١ أو ١ واذن فلاجل الحصول على الباقي المطلوب بطرح هذا العدد الاخير من المجموع وإنالك يحذف الرقم الاول من جهة الشمال ويكون عدد ٤٥٢٥٣٥ هو الباقي المطلوب

(٣٣) طريقة استعمال التمام الحسابي ليست مفيدة في الحقيقة الا في حالة ما يراد جمع جملة أعداد على بعضها وطرح جملة أعداد أخرى منها حيث اننا نكتفي في هذه الحالة بعملية جمع واحدة لاننا لو وضعنا الأعداد جميعها تحت بعضها وميزنا منها ما كان يلزم طرحه بواسطة وضع إشارة بجانبه ولتكن إشارة الطرح — ثم استعرضنا في أثناء الجمع كل رقم من أرقام الأعداد المسبوقة بإشارة — بتممه سواء كان على ١٠ أو على ٩ كما سبق ذكر ذلك ثم أسقطنا من المجموع الكلي عدة أحاد متبوعة بأصفار بقدر الأعداد المسبوقة بإشارة — لتوصلنا الى المطلوب

وهالأمثال لذلك

فإذا أريد جمع وطرح جملة أعداد مفروضة نضعها تحت بعضها على الصورة الآتية

٤٧٢١٨٥
٣١٩٠٦٤ —
١٥٨٤٣٢ —
٩٦٧١٤٥
٠٨٩٣٦٨ —
٠٠٦٥١٩
<hr/>
٣٨٧٨٩٨٥
٨٧٨٩٨٥

ثم نبتدئ من جهة اليمين ونقول ٥ + ٦ يحصل ١١ و ٨ يحصل ١٩ و ٥ يحصل ٢٤ و ٢ يحصل ٢٦ و ٩ يحصل ٣٥ فنضع ٥ ونحفظ ٣ ثم نقول ٣ + ٨ يحصل ١١ و ٣ يحصل ١٤ و ٦ يحصل ٢٠ و ٤ يحصل ٢٤ و ٣ يحصل ٢٧ و ١ يحصل ٢٨ فنضع ٨ ونحفظ ٢ وهكذا انما يلاحظ في أخذ نتائج العمود الاخير عند المرور بالعدد الخامس

لنوم أخذ عدد ٩ متمم الصفر وذلك لاجل أن تكون جميع التتمات مأخوذة بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠ لأن يكون بعضهم مأخوذاً بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠٠ والبعض مأخوذاً بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠ ولم يكن ذلك الشرط لازماً لسهولة عملية الطرح الأخيرة فقط ثم نقول بعد ذلك حيث أننا أخذنا التتم الثلاث أعداداً بالنسبة الى ١٠٠٠٠٠٠ فيكون العدد المقتضى طرحه من الناتج الأخير هو ٣٠٠٠٠٠٠ وبذلك يكفي حذف رقم مليون المجموع ويكون ناتج العملية الأخير هو ٨٧٨٩٨٥

(في مسائل الطرح)

- (١) أقرض انسان آخر مبلغاً قدره ٢٠٤٠٨ ووصله منه مبلغ ١٥٦٤٥ قرشاً فماذا يبقى له
فالجواب أن يقال حيث ان المقرض قد وصله ١٥٦٤٥ قرشاً من أصل المطلوب له الذي هو ٢٠٤٠٨ فالباقي له يعلم بطرح ١٥٦٤٥ من ٢٠٤٠٨ وهو ٤٧٦٣ قرشاً
- (٢) اشترى أحد التجار بضاعة بمبلغ ٣٤٨٠٨ قرشاً ثم باعها بمبلغ ٤٠٧٨٩ قرشاً فما يكون ربحه
فالجواب أن نقول حيث ان الربح هو عبارة عن زيادة مبلغ المبيع على مبلغ الاشتراء فإذا طرح اذن مبلغ الاشتراء من مبلغ المبيع عرف أن مقدار الربح هو ٥٩٨١ قرشاً
- (٣) اشترى رجل بنا بمبلغ ٢٥٢٤٥ قرشاً وصابوناً بمبلغ ١٢٥٧٤ قرشاً وسكراً بمبلغ ٢٨٧٨٩ قرشاً ثم باعها فخر من ثمن البن ٢٣٤٥ قرشاً ومن ثمن الصابون ١٢٨٩ قرشاً ومن ثمن السكر ٣٠٨٢ قرشاً والمطلوب معرفة ما بقي معه من النقود
فالجواب أن نقول من المعلوم أننا لو طرحنا من ثمن كل صنف قيمة خسارته ثم جمعنا البواقي على بعضهم توصلنا الى الغرض المطلوب غير أننا في مثل هذه العملية نستعمل التتم الحسابي ونجرب العمل كما يأتي

$$\begin{array}{r}
 ٢٥٢٤٥ \\
 ١٢٥٧٤ \\
 ٢٨٧٨٩ \\
 ٢٣٤٥- \\
 ١٢٨٩- \\
 ٣٠٨٢- \\
 \hline
 ٨٩٨٩٢ \\
 ٥٩٨٩٢
 \end{array}$$

(مسائل يطلب حلها)

(١) كلف أجدا العملة بحجر ١٢٥٠ متراكعبا لكنه أتم منه ٧٨٥ متراكعبا فما يكون الباقي عليهم من هذا العمل

الجواب ٤٦٥

(٢) من المقرر أن الأرض بعيدة عن الشمس بقدر ٣٤٧٦١٦٨٠ ملقة وعن القمر بقدر ٨٥٩٥٠ ملقة فكم ملقة تزيد مسافة بعد الأرض عن الشمس

الجواب ٣٤٦٧٥٧٣٠

(٣) تاجران وضعا مبلغا قدره ٢٥٠٦٠ غرشا في متجرهما وكان رأس مال أحدهما مبلغ ٩٨٧٢ فما يكون مقدار رأس مال الآخر

الجواب ١٥١٨٨

(٤) سئل رجل في سنة ١٣٠٠ هجرية عن عمره فقال اني ولدت في سنة ١٢٥٥ والمطلوب معرفة مقدار سنه وقت سؤاله

الجواب ٤٥

(٥) اقترض رجل من آخر مبلغ ٦٣٧٢٥ غرشا في شهر محرم وفي شهر صفر اقترض منه مبلغا آخر قدره ٥٣٢٥٧ غرشا ورد للقرض مبلغ ٣٨٩٦٤ غرشا في شهر رجب ومبلغ ٥٦٤٥٢ غرشا في شهر رمضان ثم اقترض منه مبلغا قدره ٢٣٤٩٦ غرشا في شهر شوال والمطلوب معرفة الباقي على المقرض

الجواب ٤٥٠٦٢ غرشا

(في الضرب)

(٣٤) الضرب عملية الغرض منها تكرير عدد يسمى مضروبا مرات بقدر وحدات عدد آخر يسمى مضروبا فيه وتسمى النتيجة حاصل الضرب ويسمى المضروب والمضروب فيه عاملي الحاصل أو عاملي الضرب

(٣٥) يستدل على الضرب بهذه العلامة \times وتسمى مضروبا في فعلى هذا يدل المقدار 6×5 على لزوم ضرب عدد ٥ في ٦

(٣٦) يؤخذ من تعريف الضرب أنه لتحصيل حاصل ضرب عددين يكتب المضروب مررات بقدر وحدات المضروب فيه ثم تجمع تلك المرات على بعضها ويكون مجموعها هو حاصل الضرب المطلوب وحيث $6 \times 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 30$ للضرب أحوال ثلاثة

(٣٧) الحالة الاولى - أن يكون المضروب والمضروب فيه عددين بسيطين فإذا أريد مثلاً إيجاد حاصل ضرب العددين 7×8 فإنه إما أن يستخرج من العقل بواسطة التكرار وإما أن يستخرج من جدول الضرب المسمى بجدول (فيثاغورس) وهذه صورته

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
١٨	١٦	١٤	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢
٢٧	٢٤	٢١	١٨	١٥	١٢	٩	٦	٣
٣٦	٣٢	٢٨	٢٤	٢٠	١٦	١٢	٨	٤
٤٥	٤٠	٣٥	٣٠	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥
٥٤	٤٨	٤٢	٣٦	٣٠	٢٤	١٨	١٢	٦
٦٣	٥٦	٤٩	٤٢	٣٥	٢٨	٢١	١٤	٧
٧٢	٦٤	٥٦	٤٨	٤٠	٣٢	٢٤	١٦	٨
٨١	٧٢	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩

يتركب هذا الجدول من تسعة صفوف أفقية الصف الاول منها يحتوي على التسعة أعداد البسيطة أما الصف الثاني فإن أعداده تتألف من ضم أعداد الصف الاول على نفسها فهي اذن عبارة عن حواصل ضرب أعداد الصف الاول في ٢ والصف الثالث تتألف أعداده من ضم أعداد الصف الاول على أعداد الصف الثاني فهي اذن عبارة عن حواصل ضرب أعداد الصف الاول في ٣ وهكذا تتألف أعداد كل صف من ضم أعداد الصف الاول الى أعداد الصف السابق عليه واذن فتكون أعداد الصف الرابع عبارة عن حواصل ضرب أعداد الصف الاول في ٤ وهلم جرا

(٣٨) وبموجب تأليف هذا الجدول نرى أن حاصل ضرب أى عدد من كل منهما ذو رقم واحد يكون فى الخانة التى يتلاقى فيها الصف الافقى المبدؤ باحد العاملين المذكورين مع السطر الرأسى المبدؤ بالعامل الآخر وحينئذ يكون $٥٦ = ٨ \times ٧$

(٣٩) الحالة الثانية - أن يكون المضروب عددا مركبا والمضروب فيه رقبا واحدا ولهذا الحالة عدة صور

الصورة الاولى - ليكن المطلوب ضرب ٦٥٣×٤ فعلى مقتضى تعريف الضرب يجب تكرير المضروب ٦٥٣ أربع مرات وضم تلك المرات الى بعضها ليحصل حاصل الضرب هكذا

$$\begin{array}{r} ٦٥٣ \\ ٦٥٣ \\ ٦٥٣ \\ ٦٥٣ \\ \hline ٢٦١٢ \end{array}$$

حاصل الضرب

فنشاهد فى هذا الحاصل

أولا - أن رقم آحاده هو عين رقم آحاد مجموع أعداد العود الرأسى الاول من الجهة اليمنى الذى هو عبارة عن تكرار رقم آحاد المضروب ٣ أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤

ثانيا - أن رقم عشراته هو الرقم الاول من المجموع الناتج من ضم العشرات الزائدة من المجموع الاول الى مجموع أعداد العود الرأسى الثانى الذى هو عبارة عن تكرار رقم عشرات المضروب أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤

ثالثا - أن رقم مئاته هو الرقم الاول من المجموع الناتج من ضم المئات الزائدة من المجموع الثانى الى مجموع أعداد العود الثالث الرأسى الذى هو عبارة عن تكرار رقم مئات المضروب أربع مرات أى عبارة عن ضربه فى ٤ وهكذا

واذن فيمكن وضع العملية السابقة على هذه الصورة المختصرة

$$\begin{array}{r} ٦٥٣ \text{ مضروب} \\ ٤ \text{ مضروب فيه} \\ \hline ٢٦١٢ \text{ حاصل الضرب} \end{array}$$

ثم نقول بقطع النظر عن ذلك كرجس المنازل ٤ فى ٣ يحصل ١٢ فنضع ٢ فى منزلة الآحاد ونحفظ ١ عشرات ثم نقول ٤ فى ٥ يحصل ٢٠ ومعنا ١ يحصل ٢١ فنضع ١ فى منزلة العشرات

ونحفظ ٢ مئات ثم نقول ٤ في ٦ يحصل ٢٤ ومعنا ٢ يحصل ٢٦ فيوضع بقامه ويكون عدد ٢٦١٢ هو حاصل الضرب

الصورة الثانية - ليكن المطلوب ضرب ٨٠٧٠٢ في ٣ نجري العمل على مقتضى تعريف الضرب هكذا

$$80702$$

$$80702$$

$$80702$$

$$\hline 242106 \text{ حاصل الضرب}$$

ونشاهد في هذا الحاصل عين ما شاهدناه في الحاصل السابق من الصورة الاولى انما يمتاز هذا عن ذال بهذه الملاحظة المهمة وهي انه اذا انعدمت احدى منازل المضروب فان المنزلة المقابلة لها من حاصل الضرب تنعدم أيضا (أعني أن ضرب رقم المضروب فيه في صفر لا يكون الحاصل الا صفرا) الا اذا وجدت عشرات محفوظة من الحاصل السابق على المنزلة المعدومة فانها توضع محلها في الحاصل واذن فيمكن وضع المثال السابق على هذه الصورة المختصرة هكذا

$$80702 \text{ مضروب}$$

$$3 \text{ مضروب فيه}$$

$$\hline 242106 \text{ حاصل الضرب}$$

ثم نقول ٣ في ٢ يحصل ٦ فتوضع في رتبة الآحاد ثم نقول ٣ في ٠ يحصل ٠ فيوضع صفر في رتبة العشرات ثم نقول ٣ في ٧ يحصل ٢١ فيوضع ١ في منزلة المئات ونحفظ ٢ ألوف ثم نقول ٣ في ٠ يحصل ٠ ومعنا ٢ ألوف يحصل ٢ توضع في منزلة الألوف وهكذا الصورة الثالثة - ليكن المطلوب ضرب ٤٦٠٠ في ٤ نجري العمل هكذا

$$4600$$

$$4600$$

$$4600$$

$$4600$$

$$\hline 18400 \text{ حاصل الضرب}$$

وفي هذا الحاصل نشاهد

أولا - أن الحاصل يتركب من جزئين أحدهما غير معنوي وهما المئهران وثانيهما معنوي وهو عدد ١٨٤

ثانياً - أن الجزء الغير المعنوى ماهو الا عبارة عن الصفرين الموجودين بجانب المضروب ٤٦٠٠ بحيث لو كان موجودا على يمينه أصفاراً أكثر أو أقل من اثنين فانه لا بد وأن توجد بتمامها وبعينها على عين الحاصل اذ لا مانع من ذلك

ثالثاً - أن الجزء المعنوى وهو ١٨٤ ماهو الا عبارة عن تكرار عدد ٤٦ أربع مرات أى عبارة عن ضرب ٤٦ × ٤

رابعا - أن ايجاد أحد الجزئين من حاصل الضرب ليس متوقفاً على ايجاد الجزء الثانى منه بحيث انه يمكن ايجاد الجزء المعنوى أولاً ثم وضع الـ اصفار الموجودة بجانب المضروب على يمينه واذن فنضع المثال السابق على هذه الصورة المختصرة هكذا

$$\begin{array}{r} \text{مضروب} \quad ٤٦٠٠ \\ \text{مضروب فيه} \quad ٤ \\ \hline \text{حاصل الضرب} \quad ١٨٤٠٠ \end{array}$$

ثم تضرب أولاً المضروب فيه ٤ فى الجزء المعنوى ٤٦ من المضروب بقطع النظر عن الصفرين فيحصل ١٨٤ ونضع بعد ذلك صفرين على يمينه فيحصل ١٨٤٠٠

وعماداً كجميعه تنبج هذه القاعدة العامة

(٤٠) لضرب مركب فى بسيط تضرب رقم المضروب فيه على التوالى فى جميع أرقام المضروب بالابتداء من الجهة اليمنى ونضع كل حاصل بتمامه ان لم يتجاوز ٩ فان زاد عنها لا يوضع منه الا رقم آحاده وأما رقم عشراته فانه يحفظ ليضم الى الحاصل الذى بعده وهكذا الى الحاصل الاخير فتوضع جلته بتمامها واذا كانت إحدى منازل المضروب معدومة فانه يوضع فى حاصل الضرب فى المرتبة المقابلة لها صفر مالم يكن هنالك عشرات محفوظة من الحاصل المتقدم عليها فانهم اوضع فى محلها أما اذا وجد صفر أو جله أصفار على عين المضروب فانا تضرب رقم المضروب فيه فى الجزء المعنوى من المضروب بقطع النظر عن الـ اصفار وبعد ايجاد الحاصل نوضع على يمينه الـ اصفار الموجودة على عين المضروب

(٤١) قبل التكلم على الحالة الثالثة نذكر هذه القاعدة فنقول

(٤٢) لضرب عدد فى حاصل ضرب عاملين أو عدة عوامل تضرب به على التوالى فى العوامل المذكورة أعنى أن تضرب ذلك العدد فى العامل الاول والحاصل فى الثانى وهلم جرا حتى يتم ضرب جميع العوامل

أولاً - إذا أريد ضرب ٤ في العدد ٦ الذى هو عبارة عن حاصل ضرب العاملين ٢ و ٣ وجدنا على مقتضى تعريف الضرب أن حاصل ضرب ٤ × ٦ عبارة عن مجموع ستة أعداد كل منها يساوى ٤ هكذا

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 6 \times 4$$

وبحيث أن هذا المجموع مؤلف من ثلاثة مجموعات جزئية كل منها مؤلف من عدد ٤ مرتين أعنى ٢ × ٤ وهى مكررة ثلاث مرات فاذن يتألف حاصل ضرب ٤ × ٦ من ضرب ٤ × ٢ يحصل ٨ ثم ضرب ٨ × ٣ يحصل ٢٤

ثانياً - إذا أريد ضرب ٥ في العدد ٢٤ الذى هو حاصل ضرب العوامل ٢ و ٣ و ٤ نقول أنه يمكن أولاً اعتبار عدد ٢٤ كلمة عبارة فقط عن حاصل ضرب العاملين ٢ و ١٢ وحيث نفضل ضرب ٥ في ٢٤ الذى هو حاصل ضرب ٢ و ١٢ يؤول كما فى الحالة الأولى الى ضرب ٥ × ٢ يحصل ١٠ ثم ضرب ١٠ × ١٢ ولكنه من حيث أن عدد ١٢ هو حاصل ضرب ٣ × ٤ فيؤول ضرب ١٠ × ١٢ الى ضرب ٣ × ١٠ فيحصل ٣٠ وضرب الناتج في ٤ فيحصل ١٢٠ وبذا قد ثبتت القاعدة

(٤٣) تنبيهه - قد استبان من هذه القاعدة أن حاصل ضرب عدة عوامل يحتوى دائماً على جميع عواملها

(٤٤) الحالة الثالثة - أن يكون كل من المضروب والمضروب فيه عدداً مركباً من جملة أرقام ولهذا الحالة عدة صور

الصورة الأولى - ليكن المطلوب ضرب ٤٢٣ × ٥٠٠ نقول

حيث أن المضروب فيه ٥٠٠ هو حاصل ضرب العاملين ٥ و ١٠٠ فينتهض ضرب ٤٢٣ × ٥٠٠ يكفى ضرب ٤٢٣ × ٥ فينتهض ٢١١٥ ثم ضرب هذا الناتج في ١٠٠ (٤٥) فيجئ ٢١١٥٠٠ (١١) وصورة العمل هكذا

٤٢٣	مضروب
٥٠٠	مضروب فيه
٢١١٥٠٠	حاصل الضرب

الصورة الثانية - ليكن المطلوب ضرب ٣٢٧ في ٢٧٤ نقول

انالو كتبنا المضروب ٣٢٧ مائتين أربعة وسبعين مرة هكذا

$$\begin{array}{r} 327 \\ 327 \\ 4 \times 327 \\ 327 \\ 327 \\ 70 \times 327 \\ \dots \\ \dots \end{array}$$

وجمعنا تلك المرات على بعضها لكان مجموعها هو حاصل الضرب المطلوب ضرورة غير أن هذه الاعداد يمكن تقسيمها الى ثلاثة أقسام القسم الاول منها يتركب من أربعة مرات العدد ٣٢٧ والقسم الثاني يتركب من ٧٠ مرة العدد المذكور والقسم الثالث يتركب من ٢٠٠ مرة العدد بعينه وحينئذ فاصل الضرب المطلوب يتألف من تكرار المضروب ٤ مرات أى ضربه في ٤ ثم ٧٠ مرة أى ضربه في ٧٠ ثم ٢٠٠ مرة أى ضربه في ٢٠٠ ثم جمع الحواصل الناتجة على بعضها

أما ضرب المضروب ٣٢٧ في ٤ فانه يتحصل منه (٤٠) ١٣٠٨ وأما ضرب المضروب في ٧٠ فانه يتحصل منه (الصورة الاولى) ٢٢٨٩٠ وأما ضرب المضروب في ٢٠٠ فانه يتحصل منه (الصورة الاولى) ٦٥٤٠٠ وبجمع تلك الحواصل على بعضها يتحصل منها عدد ٨٩٥٩٨ وهو حاصل الضرب وتوضع العملية على هذه الصورة

$$\begin{array}{r} 327 \text{ مضروب} \\ 1308 \text{ أول حاصل جزئى ناتج من ضرب المضروب في ٤} \\ 22890 \text{ ثانى حاصل جزئى ناتج من ضرب المضروب في ٧٠} \\ 65400 \text{ ثالث حاصل جزئى ناتج من ضرب المضروب في ٢٠٠} \\ \hline 89598 \end{array}$$

ومن المعتاد في الضرب الاستغناء عن وضع الصفر الموجود بجانب الحاصل الثانى عند وضع الحواصل الجزئية تحت بعضها اكتفاء بوضع الرقم الاول منه ٩ في منزلة العشرات وكذا الاستغناء عن وضع الصفرين الموجودين بجانب الحاصل الثالث اكتفاء بوضع رقمه الاول ٤ تحت رقم المئات وهكذا

وإذن فتوضع عملية الضرب السابقة على هذه الصورة المعتادة

$$\begin{array}{r} ٣٢٧ \text{ مضروب} \\ ٢٧٤ \text{ مضروب فيه} \\ \hline ١٣٠٨ \\ ٢٢٨٩ \\ ٦٥٤ \\ \hline \end{array}$$

حاصل الضرب الكلى ٨٩٥٩٨

وبمثل ما ذكر يمكن تحصيل حاصل ضرب ٦٤٨٢ في ٥٠٩ هكذا

$$\begin{array}{r} ٦٤٨٢ \text{ مضروب} \\ ٥٠٩ \text{ مضروب فيه} \\ \hline ٥٨٣٣٨ \\ ٣٢٤١٠ \\ \hline \end{array}$$

حاصل الضرب ٣٢٩٩٣٣٨

الصورة الثالثة - ليكن المطلوب ضرب ٣٢٠٠ في ٤٣ نقول

من المعلوم أنا إذا كتبنا المضروب ٣٢٠٠ ثلاثة وأربعين مرة تحت بعضها وأجرينا عليها عملية الجمع لشاهدنا كما في الصورة الثالثة نمرة ٣٩ من أن الحاصل مركب من جزئين متمازين عن بعضهما لا يتوقف إيجادهما على إيجاد الآخر أما أولهما فهو غير معنوى وهو الصفران الموجودان على يمين المضروب وأما ثانيهما فهو معنوى وهو حاصل ضرب الجزء المعنوى ٣٢ من المضروب في ٤٣ وبناء عليه يتوول ضرب ٣٢٠٠ \times ٤٣ الى ضرب ٣٢ \times ٤٣ ووضع صفرين على يمين الناتج وصورة العملية هكذا

$$\begin{array}{r} ٣٢٠٠ \text{ مضروب} \\ ٤٣ \text{ مضروب فيه} \\ \hline ٩٦ \\ ١٢٨ \\ \hline \end{array}$$

حاصل الضرب ١٣٧٦

وبمثل ما ذكر ويمتاقرر نمرة ٣٩ صورة نالسة يتحصل حاصل ضرب ٣٧٠٠ في ٥٤٠ هكذا

$$\begin{array}{r}
 \text{مضروب} \quad ٣٧٠٠ \\
 \text{مضروب فيه} \quad ٥٤٠ \\
 \hline
 ١٤٨ \\
 ١٨٥ \\
 \hline
 \text{حاصل الضرب} \quad ١٩٩٨٠٠٠
 \end{array}$$

ومما ذكر جميعه ينتج هذه القاعدة العمومية

(٤٥) لضرب عدد في آخر كل منهما مركب من جملة أرقام ضع المضروب فيه تحت المضروب وارسم تحتها مستقيماً أفقياً ليه صلها من الحواصل الجزئية ثم اضرب أرقام المضروب على التوالي في كل رقم من أرقام المضروب فيه وضع الحواصل الجزئية على وجه بحيث اذا جمعت يكون أول رقم موضوع على يمين كل واحد من تلك الحواصل دالا على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروباً فيه ثم ارسم تحتها خطاً مستقيماً أفقياً ليه صلها من مجموعها وهو الحاصل الكلي ثم اذا وجدت أصفاراً على يمين أحد المضروبين أو كليهما فاقطع النظر عنها أولاً ثم اضرب الأرقام المعنوية في بعضها كما ذكر وبعد ايجاد حاصل ضربها ضع على يمينه الأصفار التي قطعت النظر عنها من يمين المضروبين

(٤٦) قد ابتدأنا عند استخراج الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المضروب في المضروب فيه بالضرب من يمين المضروب وذلك لان الضرب ليس الا جماعاً مختصراً ومع ذلك فإنه ليس بشرط ضروري لان الضرب من كلتي الجهتين واحد ولو اختلفت مواضع الحواصل الجزئية فيهما غير أن العادة انما تجرت بالضرب من الجهة اليمنى

(٤٧) لا يتغير حاصل ضرب عدة أعداد ولو تغيرت مواضعها أولاً - لاجل البرهنة على أن هذه الخاصية تجري في عاملين كعامل ٣ و ٤ مثلاً يلاحظ أنه يمكن تحصيل جميع الآحاد التي يتألف منها حاصل ضرب ٣ × ٤ بواسطة رسم أربعة أسطر أفقية كل منها مؤلف من ٣ آحاد بحيث يكون على هذا الوضع

$$\begin{array}{cccc}
 | & | & | & | \\
 | & | & | & | \\
 | & | & | & | \\
 | & | & | & |
 \end{array}$$

ولكن اذا عدت الاسطر الرأسية رأيت أن هذا الجدول مؤلف من ٣ أسطر قائمة كل منها بمحتوى على أربع آحاد أعني على حاصل ضرب ٤ في ٣

حينئذ يكون حاصل ضرب 3×4 مساويا لحاصل ضرب 4×3 لئلا التما على شئ واحد وبذلك ثبتت الصورة الاولى من الخاصية المذكورة

ثانيا - لاجل البرهنة على أن تلك الخاصية تجري في ثلاثة عوامل يكفي أن يبرهن على أن حاصل ضرب ثلاثة أعداد لا يتغير بتغيير موضع العاملين الاولين أو الآخرين وحيث ثبت أولاً أن حاصل ضرب العاملين الاولين لا يتغير بتغيير موضعهما لانه قد ثبت في الصورة الاولى أن حاصل ضرب 3×4 يساوي 4×3 فإذا ضربنا كلا من هذين الحاصلين المتساويين في ٥ كانت النتيجة المتحصلة من ضرب $5 \times 4 \times 3$ مساوية بالضرورة لنتيجة $5 \times 3 \times 4$ فلم يبق علينا حينئذ إلا أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغيير موضع العاملين الآخرين فنقول لاجل الاستدلال على أن حاصل ضرب $5 \times 4 \times 3$ يساوي حاصل ضرب $3 \times 5 \times 4$ تضع خمسة أسطر أفقية كل منها مؤلف من أربعة أعداد مساوية لرقم ٣ وهذه صورة وضعها

٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣

وحيث إن كل سطر أفقي من هذا الجدول يحتوي على 4×3 فإن الاسطر الخمسة الأفقية المتألف منها هذا الجدول تحتوي على $5 \times 4 \times 3$ ومن جهة أخرى يمكن أن نعتبر هذا الجدول مؤلفا من أربعة أسطر رأسية كل منها محتوية على 3×5 وهي مكررة ٤ مرات أو من $3 \times 5 \times 4$

فيكون حينئذ حاصل ضرب $3 \times 4 \times 5$ مساويا لحاصل ضرب $3 \times 5 \times 4$ فلم يتغير إذن حاصل الضرب بتغيير موضع العاملين الآخرين

ثالثا - يكفي في البرهنة على أن الخاصية المذكورة تجري في عدد ما من العوامل أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغيير موضع عاملين متوالين أياما كانا

مثاله حاصل ضرب $2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7$ وليكن العاملان المتواليان في هذا المثال هما ٣ و ٥ فلجل البرهنة على أن الحاصل لا يتغير بتغيير موضعهما يلاحظ وجود الحاصل $2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7$ قبل ضربه في العوامل ٨ و ٩ و ٧ بمعنى أن يقطع النظر مؤقتا عن وجود هذه العوامل الأخيرة فعلى هذا يكفي أن نبرهن على

أن الحاصل $٢ \times ٦ \times ٤ \times ٣ \times ٥$ مساو للحاصل $٢ \times ٦ \times ٤ \times ٣ \times ٥$ ولذلك يلاحظ وجود الحاصل ٤٨ الناتج من ضرب $٢ \times ٦ \times ٤$ قبل ضربها في العاملين ٣ و ٥. وبذلك تؤول البرهنة الى أن $٤٨ \times ٣ \times ٥$ مساو الى $٤٨ \times ٣ \times ٥$ وقد ثبت في الصورة الثانية أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع العاملين الاخيرين في صورة ما اذا كان هنالك ثلاثة عوامل

ومما ذكر ينبغي أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع أى عامل من العوامل بان تنقله بالتسديد من محله الى محل آخر في الجهة اليمنى أو الجهة اليسرى وبذلك يثبت المطالب

(٤٨) يكفي لعمل ميزان الضرب أن تجري عملية الضرب على نفس المضروبين مع عكس وضعهما أى يجعل المضروب فيه مضروباً والمضروب مضروباً فيه فان ساوى الحاصل الثاني الحاصل الاول كانت العملية صحيحة مثال ذلك

المـيزان	العملية الاصلية
مضروب ١٧	مضروب ٣٦٥
مضروب فيه ٣٦٥	مضروب فيه ١٧
٨٥	٢٥٥٥
١٠٢	٣٦٥
٥١	٦٢٠٥ حاصل الضرب
٦٢٠٥ حاصل الضرب	

(٤٩) يكفي لضرب حاصل ضرب عدة مضارب في عدد مضارب أحد مضاربه في ذلك العدد فاذا أريد ضرب ٢٤ وهو حاصل ضرب ٤×٦ في عدد ٥ مثلاً يكفي ضرب أحد العاملين ٤ أو ٦ في عدد ٥

وللبرهنة على ذلك نقول من المعلوم أن $٥ \times ٢٤ = ٥ \times ٦ \times ٤ = ٥ \times ٤ = ٢٠ \times ٤$ أو $٥ \times ٢٤ = ٥ \times ٦ \times ٤ = ٥ \times ٤ \times ٦ = ٢٠ \times ٦$

(٥٠) مضاعفات أى عددهى حواصل ضربه في الاعداد ٢ و ٣ و ٤ و... الخ وحيث أن عدد ٢٠ حاصل ضرب ٤×٥ هو مضاعف لعدد ٤

(٥١) اذا كانت عوامل حاصل ضرب كلها متساوية بان ضرب عدد في نفسه مرات سمي الحاصل قوة لهذا العدد فان تألف الحاصل من عاملين متساويين سمي القوة الثانية أو مربع

هذا العدد وان تألف من ثلاثة سمي القوة الثالثة أو مكعبه وان تألف من أربعة سمي القوة الرابعة وهكذا

والدلالة على قوة أى عدد مفروض يوضع فوقه من الجهة اليسرى عدد يدل على عدد مرات دخول هذا العدد عاملا في الحاصل فإذا وضعنا عدد ٣ مثلا فوق عدد ٢ دل ذلك على القوة الثالثة لعدد ٢ وسمى عدد ٣ أسا لعدد ٢

كل عدد لأس له فأسه الواحد وحينئذ يكون ١ مساويا ٢

(٥٢) حاصل ضرب قوى أى عدد يساوى ذلك العدد مرفوع الى أس مساو لمجموع أسسه الموجودة في جميع عوامله وهذه الخاصية ناشئة عن كون حاصل الضرب يحتوى على جميع عوامل الاعداد التى تضرب في بعضها كما تقدم في غرة (٤٣) تنبيه) فعلى هذا يكون حاصل ضرب $٢ \times ٢ \times ٢$ مساويا $٢^٣$ وذلك لان المضروب الاول يمكن وضعه على هذه الصورة $٢ \times ٢ \times ٢$ والثانى يمكن وضعه هكذا $٢ \times ٢ \times ٢$ واذن يكون $٢^٣ \times ٢^٤$ على هذه الصورة $٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢$ وبناء على هذا يكون مساويا $٢^٧$

(٥٣) تنبيهان الاول - اذا وجد في حاصل ضرب عدة عوامل أن بعضها متخلفة فيه وكان له قوى فانه يمكن وضع أحد تلك العوامل المتحدة في الحاصل مرة واحدة ويشار له بأس مساو لمجموع أسس العوامل المذكورة

فعلى هذا يكون حاصل ضرب $٢^٣ \times ٥$ في $٢^٤ \times ٦$ مساويا الى $٢^٧ \times ٥$ وذلك لان هذا الحاصل يمكن وضعه على هذه الصورة $٢^٣ \times ٢^٤ \times ٥ \times ٦$ وهذا يساوى $٢^٧ \times ٥$

التنبيه الثانى - اذا أريد رفع حاصل ضرب عدة عوامل الى قوة ما كفى في ذلك رفع كل عامل من عوامل هذا الحاصل الى تلك القوة

فعلى هذا اذا أريد رفع الحاصل ٢×٥ الى القوة الثالثة مثلا تحصل $٢^٣ \times ٥^٣$ وذلك لان القوة الثالثة المطلوبة يجب أن تكون مؤلفة من ثلاث عوامل كل منها مساو ٢×٥ أى تكون عبارة عن الحاصل $٢ \times ٥ \times ٢ \times ٥ \times ٢ \times ٥$ وهذا الحاصل يساوى $٢^٣ \times ٥^٣$ على مقتضى التنبيه الاول وهو المراد

(مسائل في الضرب)

(١) المطلوب معرفة عدد الساعات التي تحتوي عليها السنة الشمسية المعتادة التي قدرها ٣٦٥ يوما

فالجواب أن يقال حيث أن كل يوم يحتوي على ٢٤ ساعة فيجب حينئذ تكرار عدد الساعات المذكورة ٣٦٥ مرة بأن يقال ٢٤ ساعة \times ٣٦٥ يوما فيحصل ٨٧٦٠ ساعة وهو عدد ساعات السنة الشمسية المطلوب

(٢) إذا اشتغل عامل ٥٨ مترا من عمل ما في اليوم فاعدد الأمتار التي يشتغلها العامل المذكور مدة ٣٠ يوما

فالجواب أن يقال أن عدد الأمتار المطلوبة يتحصل ضرورة من تكرار ٥٨ مترا ٣٠ مرة أو $٥٨ \times ٣٠ = ١٧٤٠$ مترا

(٣) قد ضربت ضريبة على ٦٨٥ قرية خص كل واحدة منها ٢٥٠٨ غرشا فامقدار جزية الجميع

فالجواب أن يضرب ٢٥٠٨ غرشا في ٦٨٥ فيحصل من ذلك ١٧١٧٩٨٠ غرشا وهو كمية جزيات القرى المذكورة

(٤) سفينة تحتوي على ٧٨٤ برميلا زنة كل منها ٢٠٠٠ رطلا فامقدار وسق هذه السفينة

فالجواب أن يقال أن وسق هذه السفينة يتحصل من ضرب ٢٠٠٠ في ٧٨٤ وهو ١٥٦٨٠٠٠ رطلا

(مسائل يطلب حلها)

(١) باع أحد التجار ٥٤٣ أردبا قمحا وكان ثمن الأرب الواحد ٧٠ غرشا فامقدار ثمن الجميع

(٢) عين ما تتبع ١٢٥ قرية في الساعة الواحدة فامقدار ما تتبعه العين المذكورة مدة ٤٥ ساعة من القرب

(٣) اشترى رجل ٢٥٣٢ ذراعا من الجوخ ثمن الذراع الواحد ٣٥ غرشا فامقدار ثمن الجميع

(٤) إذا ربح سبعون شريكا من تجارة ما مبلغا ما وقد خص كل واحد منهم من هذا الربح مبلغ ٣٥٣٢ فامقدار قيمة الربح الكلي

(٥) قد وجد عند أحد الصيارف ٧٥٠٦ قطعة فضة قيمة كل واحدة منها ١٩ غرشا فامقدار قيمة جميع القطع

(في القسمة)

(٥٤) القسمة عملية الغرض منها إيجاد عدد مرات احتواء عدد على آخر والعدد الأول يسمى مقسوماً والثاني يسمى مقسوماً عليه والعدد المراد إيجاده يسمى خارج القسمة ويستدل على القسمة بهذه العلامة ÷ أو : وتسمى مقسوماً على وحيتئذ فالقسطار ٢٧ ÷ ٩ يدل على لزوم قسمة عدد ٢٧ على ٩

يؤخذ من تعريف القسمة أنه إذا أريد قسمة عدد على آخر يطرح المقسوم عليه من المقسوم عدة مرات متوالية حتى لا يتأقن الطرح ويكون عدد مرات الطرح هو خارج القسمة فعلى هذا إذا أريد قسمة عدد ٤٨ على التوالى على كل واحد من العددين ١٢ و ١٣ أجرى العمل هكذا

٤٨	٤٨	
١٣	١٢	
٣٥	٣٦	باق أول عملية طرح
١٣	١٢	
٢٢	٢٤	باق ثاني عملية طرح
١٣	١٢	
٠٩	١٢	باق ثالث عملية طرح
	١٢	
	٠٠	باق رابع عملية طرح

فنشاهد أن بعد أن أجرينا في العملية الأولى أربع طروح جزئية متوالية لم يبق للعملية باق وبذلك يكون عدد ٤ هو خارج قسمة ٤٨ على ١٢ الحقيقي وأما في العملية الثانية فأن بعد أن أجرينا ثلاث طروح متوالية بقي باق ٩ أقل من المقسوم عليه وبذلك لا يكون عدد ٣ هو خارج قسمة ٤٨ على ١٣ الحقيقي بل هو قريب منه لأن للعملية باق ٩ ولذا يسمى بخارج القسمة التقريبي

(٥٥) ومما ذكره

أولاً - أنه عندما تكون عملية القسمة منتهية يكون المقسوم مساوياً لحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة ولذا نعرف القسمة أحياناً بأنها عملية الغرض منها إذا علم حاصل ضرب عاملين واحد منهما فإنه يطلب تعيين العامل الثاني

ثانياً - أنه عند ما يكون العملية باق يكون المقسوم مساوياً لحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة زائداً الباقي ويقال في مثل هذه الحالة ان حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة هو أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل في المقسوم

(٥٦) لكنه لما كان تحصيل خارج القسمة بواسطة هذه العملية يطول بكثره الطروح المتوالية سيما اذا كان المقسوم مشتملاً على المقسوم عليه عدة مرات ناسب اتباع طريقة مختصرة نذكرها فنقول

(٥٧) للقسمة حالان

(٥٨) الحالة الاولى أن يكون المقسوم دون عشرة أمثال المقسوم عليه بمعنى أن يكون خارج القسمة رقاً واحداً ولهذه الحالة صورتان

الصورة الاولى أن يكون المقسوم عليه رقاً واحداً
فإذا أريد مثلاً قسمة ٤٨ على ٦ نقول

ان جدول فيثاغورس كاف في تحصيل رقم خارج القسمة المطلوب وذلك بان تنزل في العمود الرأسى المبدوء بالمقسوم عليه ٦ لتبحث فيه عن المقسوم ٤٨ وحيث انه يوجد في الصف الثامن الافقى فيكون عدد ٨ المبدوء به هذا الصف هو خارج القسمة المطلوب

مثال آخر اذا أريد قسمة ٥٧ على ٩ نقول انه عندما نزل في الصف الرأسى المبدوء برقم ٩ لتبحث فيه عن المقسوم ٥٧ فلم نجده غير أنارى أن عدد ٥٤ هو أعظم مضاعف لعدد ٩ موجود فيه وبذا يكون عدد ٦ هو خارج القسمة التقريبي ويكون الباقي ٣

الصورة الثانية أن يكون المقسوم عليه مركباً من رقمين فأكثر

فإذا كان المطلوب تحصيل خارج قسمة ٢٩١٧ على ٣٨٩ نقول

حيث ان خارج القسمة رقم واحد وان المقسوم هو عبارة عن حاصل ضرب المقسوم عليه في الرقم المبحوث عنه في خارج القسمة زائداً الباقي ان وجد فيألف المقسوم ٢٩١٧ بناء على ما ذكر من مجموع الحواصل الجزئية الثلاثة الناتجة من ضرب رقم خارج القسمة في كل من مئات المقسوم عليه ٣ وعشراته ٨ وآحاده ٩ ومن باق العملية ان وجد

وحيث ان حاصل ضرب رقم خارج القسمة في مئات المقسوم عليه هو عدد صحيح من المئات فلا يمكن حصره الا في ٢٩ مئات المقسوم وحيث اذا اجتمعنا عن أعظم مضاعف لمئات المقسوم عليه الداخل في ٢٩ مئات وقسمناه على مئات المقسوم عليه فانا توصل الى رقم خارج القسمة

لكنه حيث ان ٢٩ مئات المقسوم قد لا تحتوى فقط على حاصل ضرب رقم خارج القسمة في مئات المقسوم عليه بل تحتوى زيادة على ذلك بعض مئات زائدة متحصلة من ضرب رقم خارج القسمة في عشرات المقسوم عليه وآحاده ومن الباقى ان وجد فاذا قسمنا حينئذ ٢٩ مئات المقسوم على ٣ مئات المقسوم عليه فاننا نتحصل اما على رقم خارج القسمة أو على رقم أكبر منه لكنه من المعلوم أنه اذا كان رقم خارج القسمة كبيراً عما يلزم فان حاصل ضربه في المقسوم عليه لا يمكن طرحه من المقسوم وحيث ان الرقم المذكور لا يمكن أن يكون في هذه الحالة ٩ ولا ٨ فيكون هو رقم ٧ ونوضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r|l} \text{مقسوم} & ٢٩١٧ \\ \hline \text{مقسوم عليه} & ٣٨٩ \\ \hline \text{خارج القسمة} & ٧ \\ \hline \text{الباقى} & ١٩٤ \end{array}$$

ثم نقول بعد وضع المقسوم عليه على يسار المقسوم وفضلهما بمستقيم رأبى ورسم مستقيم أفقى تحت المقسوم عليه ليفضله عن خارج القسمة لنا طريقتان في تعيين رقم خارج القسمة الطريقة الاولى لما كان خارج القسمة عبارة عن العدد الذى اذا ضرب في المقسوم عليه يتحصل اما نفس المقسوم أو أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل فيه فنكون اذن جدولاً مشتملاً على حواصل ضرب المقسوم عليه في الاعداد التسعة البسيطة هكذا

$$\begin{array}{l|l|l} ٢٧٢٣ = ٣٨٩ \times ٧ & ١٥٥٦ = ٣٨٩ \times ٤ & ٣٨٩ = ٣٨٩ \times ١ \\ ٣١١٢ = ٣٨٩ \times ٨ & ١٩٤٥ = ٣٨٩ \times ٥ & ٧٧٨ = ٣٨٩ \times ٢ \\ ٣٥٠١ = ٣٨٩ \times ٩ & ٢٣٣٤ = ٣٨٩ \times ٦ & ١١٦٧ = ٣٨٩ \times ٣ \end{array}$$

ثم نبحث في حواصل الضرب هذه عن المقسوم ٢٩١٧. ولما لم نجده نبحث عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه الداخل فيه فنرى أن هذا المضاعف هو عدد ٢٧٢٣ الناتج من ضرب المقسوم عليه ٣٨٩ في ٧ وبذلك يكون عدد ٧ هو رقم خارج القسمة المطلوب والباقى هو ١٩٤ الطريقة الثانية ونسمى بطريقة التحسيس وهى أن ينظر للرقم الدال على أعلى رتبة من المقسوم عليه ويبحث عن أعظم مضاعف له داخل في العدد الدال على الرتبة المناظرة لرتبته من المقسوم سواء احتوى هذا العدد على رقم واحد أو على رقين وبذا يتوصل لرقم خارج القسمة ثم يضرب في المقسوم عليه بتساعده وي طرح الناتج من المقسوم كله فان تعذر الطرح ينقص خارج القسمة واحداً بعد واحد حتى يتأق الطرح ويكون مع ذلك باقى العملية أقل من المقسوم عليه

واذن فيقال في المثال المتقدم حيث ان رقم أعلى رتبة في المقسوم عليه هو ٣ مثلاً فنبحث حيث نذعن أعظم مضاعف له داخل في عدد ٢٩ مثلاً المقسوم فنرى أنه هو ٢٧ الناتج من ضرب ٣ × ٩ وبذا يكون عدد ٩ هو خارج القسمة لكنه بضرب رقم ٩ المذكور في المقسوم عليه بتمامه ٣٨٩ فإنه يتحصل العدد ٣٥٠١ وهو أكبر من المقسوم ٢٩١٧ ولذا يجب تنقيصه واحدا وجعله ٨ غير أنه بضرب ٨ في المقسوم عليه يتحصل عدد ٣١١٢ وهو أكبر من المقسوم أيضا فيجب تنقيصه واحدا وجعله ٧ وبضرب رقم ٧ في المقسوم عليه يتحصل منه ٢٧٢٣ وهو أصغر من المقسوم وبطرحه منه يتحصل الباقي ١٩٤ وهو أصغر من المقسوم عليه واذن فيكون عدد ٧ هو رقم خارج القسمة

(٥٩) تنبيه - قد اشترطنا أن يكون الباقي أصغر من المقسوم عليه وذلك لانهما كان خارج القسمة يدل على عدد مرات احتواء المقسوم على المقسوم عليه فإذا وجد لل عملية باق وكان أكبر من المقسوم عليه أو مساويا له دل ذلك على أن رقم خارج القسمة صغير بمعنى أن المقسوم يحتوي على المقسوم عليه أزيد مما دل عليه رقم خارج القسمة

(٦٠) وهناك طريقة لاجراء القسمة يقل بها عدد مرات التحسين وهي أن يعتبر الرقم الأول من يسار المقسوم عليه زائدا واحدا اذا كان الرقم الذي يليه من جهة اليمين يزيد عن ٥ ويضم هذا الواحد لرقم المقسوم الدال على الرتبة المناظرة لرقم المقسوم عليه الاعلى ثم تجرى عملية القسمة

وحيث نذفعوضا عما يقال في المثال المتقدم كم مرة يتحتوى ٢٩ العدد ٣ يقال كم مرة يتحتوى عدد ٣٠ العدد ٤ فنرى أن عدد الاحتواء هو ٧ وهو عين رقم خارج القسمة الذي وجد أولا بعد عمليتي التحسين والسبب في ذلك هو زيادة قرب المقسوم عليه ٣٨٩ من ٤٠٠ أكثر من قرينه من ٣٠٠ ومع ذلك فلا ينبغي لنا أن نجزم دائما بان الرقم الناتج من هذه العملية هو الرقم المطلوب لخارج القسمة الا بعد ضربه في المقسوم عليه وامكان طرح الحاصل من المقسوم اذ أن هذه الطريقة لم يقصد بها سوى تقليل عدد التحسين فقط ومما ذكرته هذه القاعدة

(٦١) اذا كان المقسوم دون عشرة أمثال المقسوم عليه وكان المقسوم عليه رقما واحدا فإن رقم خارج القسمة يستخرج من جدول فيثاغورس بأن ننزل في الصف الرأسى المبدوء برقم المقسوم عليه ونبحث فيه اما عن المقسوم أو عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل فيه ويكون العدد المقابل له في نهاية الصف الاخرى هو رقم خارج القسمة

أما إذا كان المقسوم عليه مركباً من رقمين فأكثر فإنه يوضع المقسوم عليه على يسار المقسوم ويفصلان بمستقيم رأسي ثم يرسم مستقيم أفقي تحت المقسوم عليه ليفصله عن خارج القسمة ثم يؤخذ من يسار المقسوم أرقام كافية لاحتواء الرقم الدال على أعلى رتبة من المقسوم عليه وبذلك يتكون مقسوم جزئي نفسه على أعلى رقم من المقسوم عليه كما تقدم في الحالة الأولى ثم تضرب رقم خارج القسمة الناتج في المقسوم عليه بتمامه ونطرح الحاصل من المقسوم الكلي فان تعذر الطرح ينقص الرقم المذكور واحداً بعد واحد حتى يتأق الطرح ويكون باقي العملية أقل من المقسوم عليه

(٦٢) الحالة الثانية أن يكون المقسوم أكبر من عشرة أمثال المقسوم عليه بمعنى أن خارج القسمة يكون مركباً من رقمين فأكثر

وهذه الحالة وإن كان لها صورتان على حسب ما يكون المقسوم عليه رقماً واحداً أو مركباً من عدة أرقام لكنه لما كانت البراهين والأعمال التي تجري في إحدى صورتين تجري أيضاً في الصورة الثانية ناسب أن نكتفي بالصورة الثانية منهما فنقول

إذا أريد قسمة ٩٧٤٦١ على ٣٢٧ نقول حيث أن خارج القسمة مركب من جملة أرقام لزمنا أولاً البحث عن عددها

ولذلك نقول حيث أن المقسوم ٩٧٤٦١ منحصر بين $327 \times 1000 = 327000$ وبين $327 \times 1000 = 327000$ فيكون خارج القسمة محصوراً ضرورياً بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠ وبذلك يكون مركباً من ثلاثة أرقام أحاد وعشرات ومئات والبحث عنها نقول حيث قد علمت تركيب خارج القسمة من ثلاثة أرقام فيتركب المقسوم اذن من ثلاث حواصل جزئية وهي حواصل ضرب المقسوم عليه في أحاد خارج القسمة وعشرات ومئاته ومن الباقي أن وجد ولما كانت هذه الحواصل ممتزجة مع بعضها في المقسوم بحيث لا يتيسر معرفة أيها في أي جزء منه حتى يقسمته على المقسوم عليه تتوصل الى الرقم المناظر له من خارج القسمة بخلاف حاصل ضرب مئات خارج القسمة في المقسوم عليه حيث يمكن حصره في جزء معين من المقسوم لزم اذن أن لا يتبدأ الا بالبحث عن رقم مئات خارج القسمة ولذلك نقول

من المعلوم أن حاصل ضرب مئات خارج القسمة في المقسوم عليه لا يكون الا عدداً منتهياً بصفرين أي مئات فلا يمكن وجوده الا في ٩٧٤ مئات المقسوم فإذا بحثنا حينئذ عن أعظم مضاعف للمقسوم عليه داخل في ٩٧٤ مئات فانما نتوصل على رقم مئات خارج القسمة لكنه

لما كانت مئات المقسوم قد لا تشتمل فقط على حاصل ضرب رقم مئات خارج القسمة في المقسوم عليه بل على بعض مئات أخرى ناتجة من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه ومن الباقي ان يوجد كان يتوهم أنه بقسمة مئات المقسوم على المقسوم عليه يتوصل الى رقم أكبر من رقم مئات خارج القسمة الحقيقي

ولدفع هذا الوهم نقول اننا لو سلمنا ما ذكر فإن أقل زيادة لرقم مئات خارج القسمة هي مائة واحدة ومن المعلوم أن هذه الزيادة لا يمكن أن تنأى في خارج القسمة الا اذا كانت المئات الزائدة التي امتزجت بحاصل ضرب مئات خارج القسمة الحقيقي في المقسوم عليه وتكون منها مئات المقسوم مساوية بالأقل مائة مرة المقسوم عليه أي 32700 ~~لهكذا~~ حيث أن تلك المئات لم تنتج الا من ضرب رقم عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه ومن الباقي ان يوجد وان النهاية العظمى لرقم عشرات وآحاد خارج القسمة هي ٩٩ ونهاية الباقي هي ٣٢٦ فاذا ضم الى حاصل ضرب المقسوم عليه في ٩٩ العدد ٣٢٦ فان الناتج لا يمكن أن يتأني منه $32700 = 100 \times 327$ كلا يخفى وبذلك قد اندفع الوهم

وبناء على ما ذكرنا قسم 974 مئات المقسوم على المقسوم عليه 327 فانا نتوصل الى رقم مئات خارج القسمة وباجراء أعمال مشابهة للتي أبحرنا في الصورة الثانية من الحالة الاولى نعلم أن عدد ٢ هو رقم مئات خارج القسمة

ولتقصير باقي أرقام خارج القسمة نقول حيث ان المقسوم 97461 من كتب كما علمت من ثلاثة حواصل جزئية ومن الباقي ان يوجد فاذا طرح منه $327 \times 200 = 65400$ أي حاصل ضرب المقسوم عليه في مئات خارج القسمة كان الباقي وهو 14061 مؤلفا من حاصلين جزئيين وهما حاصل ضرب المقسوم عليه في رقم عشرات خارج القسمة وآحاده ومن الباقي ان يوجد

(٦٣) وباعادة البراهين والأعمال المتقدمة نرى أنه يجب البدء بالبحث عن رقم عشرات خارج القسمة وأنه اذا قسم عدد 1406 وهو عشرات الباقي 14061 على المقسوم عليه نتوصل الى رقم عشرات خارج القسمة وهو ٤ عشرات وبضرب هذا الرقم في المقسوم عليه يتحصل منه 1308 عشرات وبطرحه من 14061 يكون الباقي 981 مشتقاً على حاصل ضرب رقم آحاد خارج القسمة في المقسوم عليه ومن الباقي ان يوجد واذا قسم 981 على المقسوم عليه نتوصل الى رقم ٣ آحاد خارج القسمة ثم اذا ضرب هذا الرقم في المقسوم عليه

يتحصل منه ٩٨١ ويطرحه من ٩٨١ يكون الباقي صفرا وتوضع العملية هكذا

مقسوم	٧٩٤٦١
مقسوم عليه	٣٢٧
الباقي الاول	١٤٠٦١
الباقي الثاني	١٣٠٨٠
الباقي الثالث	٩٨١
...	...
خارج القسمة	٢٤٣

بالتأمل في هذه العملية نرى امكان الاستغناء عن وضع الازهار بجانب الحواصل الناتجة من ضرب رقى مئات خارج القسمة وعشراته في المقسوم عليه اكتفاء بوضع الرقم الاول من كل حاصل منهما في المنزلة المناسبة له وبهذه الكيفية يكون عدد ٧٩٤ مئات المقسوم مقسوما أولا جزئيا وأن الحاصل الذي يطرح منه هو عدد ٦٥٤ وهو حاصل ضرب المقسوم عليه في رقم مئات خارج القسمة ٢ باعتباره آحادا بسيطة ويكون ثلثي مقسوم جزئى العدد ١٤٠٦ بواسطة انزال رقم ٦ الذى يلى المقسوم الاول الجزئى بجانب العدد ١٤٠ الذى هو باقى طرح ٦٥٤ من ٧٩٤ ويكون المقسوم الجزئى الثالث هو ٩٨١ بواسطة انزال رقم ١ الموجود على عين رقم ٦ من المقسوم الكلى بجانب ٩٨ الذى هو باقى طرح ١٣٠٨ حاصل ضرب رقم عشرات خارج القسمة في المقسوم عليه باعتباره آحادا بسيطة من ١٤٠٦ وتوضع صورة العملية المعتادة هكذا

مقسوم	٧٩٤٦١
مقسوم عليه	٣٢٧
الباقي الاول	١٤٠٦
الباقي الثاني	١٣٠٨
الباقي الثالث	٩٨١
...	...
خارج القسمة	٢٤٣

ثم نقول بعد تعيين المقسوم الاول الجزئى ٧٩٤ أى بعد أن تأخذ من يسار المقسوم أرقاما كافية لاحتواء المقسوم عليه ٣٢٧ كم مرة يحتوى ٧٩٤ العدد ٣٢٧ أو كم مرة يحتوى

عدد ٧ العدد ٣ (الطريقة الثانية من الصورة الثانية مرة ٥٨) فنقول ٢ فنضربه في المقسوم عليه فيحصل ٦٥٤ ثم نطرحه من المقسوم الجزئي الاول ٧٩٤ وحيث ان الطرح يمكن وان الباقي ١٤٠ أصغر من المقسوم عليه فيكون عدد ٢ هو الرقم الحقيقي لا على رتبة من خارج القسمة ثم ننزل بعد ذلك رقم ٦ الذي يلي المقسوم الاول الجزئي على عين الباقي الاول ١٤٠ فيشكلون من ذلك المقسوم الجزئي الثاني وهو ١٤٠٦ ويقسمته على المقسوم عليه كما تقدم فنحصل على ثلثي رقم خارج القسمة ٤ فنضعه على عين رقم ٢ وهكذا يجري العمل حتى ينتهي انزال الارقام المنفصلة من المقسوم الكلي

(٦٤) مثال آخر اذا أريد قسمة ٣٧٨٢١٤ على ٥٣٨ نوضع العملية على هذه الصورة

٥٣٨	٣٧٨٢١٤
٧٠٣	٣٧٦٦
مقسوم عليه	
خارج القسمة	
	٠٠١٦١٤
	١٦١٤

ثم نقول حيث ان الارقام الثلاثة الموجودة على يسار المقسوم وهي ٣٧٨ أصغر من المقسوم عليه ٥٣٨ فيكون المقسوم الاول الجزئي هو ٣٧٨٢ ونقول كم مرة يتحتوى ٣٧٨٢ العدد ٥٣٨ أو كم مرة يتحتوى ٣٧ العدد ٥ فنرى أن عدد الاحتماء هو ٧ وبضربه في المقسوم عليه يحصل ٣٧٦٦ ونطرحه من المقسوم الاول الجزئي فيحصل الباقي ١٦ وبانزال رقم ١ بجانبه يحصل ١٦١ وهو المقسوم الثاني الجزئي وحيث انه أصغر من المقسوم عليه دل ذلك على أن خارج القسمة لا يتحتوى على أحاد من المتزلة الثانية من جهة اليسار ولذا يوضع صفر في خارج القسمة على عين رقم ٧ ثم ننزل رقم ٤ بجانب عدد ١٦١ فيحصل المقسوم الجزئي الثالث وهو ١٦١٤ ويستقر العمل كما سبق

(٦٥) ويستعمل غالباً عند إجراء عملية القسمة عملية تجزئة تتحقق بها صحة رقم خارج القسمة قبل كتابته وتسمى هذه العملية بطريقة وضع رقم خارج القسمة بعد تجربته وذلك بأن نضرب رقم خارج القسمة المطلوب تجربته في كل رقم من أرقام المقسوم عليه بالابتداء من الآحاد العظيمة ثم نطرح كل حاصل جزئي من الجزء المناظر له من المقسوم الجزئي أو منه مضافاً اليه الباقي المتحصل من العملية السابقة الذي يعتبر عشرات له فان لم تتعذر جميع الطروح المتواليات

لا يكون الرقم الجارى تجربته كبيرا والا فينقص الرقم المذكور واجدا بعد واحد حتى يثاق
الطرح كما ترى

فنقول مثلا في الصورة الثانية من غرة ٥٨ حيث ان عدد ٢٩ يحتوى عدد ٣ تسع
مرات فنحرب اذن رقم ٩ قبل كتابته ونقول ٩ × ٣ ثبات يحصل ٢٧ ثبات مطروحة
من ٢٩ ثبات يكون الباقي ٢ ثبات أو ٢٠ عشرات فنضعها الى ١ عشرات المقسوم
فيحصل ٢١ عشرات ثم نقول ٩ × ٨ عشرات يحصل ٧٢ عشرات وهو حاصل لا يمكن
طرحه من ٢١ عشرات فلذا يكون رقم ٩ كبيرا فنقصه واحدا ونجعله ٨ ثم نجرب أيضا
هذا الرقم بالطريقة السابقة ومنها نعلم أنه كبير أيضا فلذا تنقصه واحدا أيضا ونجعله ٧
ونجرب به رقم ٧ نرى أن جميع الطروحات ممكنة وبذا يكون هو رقم خارج القسمة
ومما يجب ملاحظته عند اجراء عملية التجربة هو أنه اذا وجد أن أحد البواقي المتوسطة ٩
أو أكثر من ٩ فإنه يتحقق من أن الرقم الجارى تجربته ليس بكبير ولذا لا يكون هناك لزوم
لاتمام عملية التجربة لان حاصل ضرب أى عدد من بساطين لا يتأق منه عشرات تزيد عن ٨
ومع ذلك جميعه تنتج هذه القاعدة

(٦٦) لقسمة أى عدد على آخر أكبر من عشرة أمثاله نضع المقسوم عليه على يسار المقسوم
ونفصلهما بخط مستقيم رأسى ونرسم تحت المقسوم عليه مستقيما أفقيا يفصله عن خارج
القسمة ثم نأخذ من يسار المقسوم أرقاما كافية لاحتواء المقسوم عليه فيشكلون من ذلك أول
مقسوم جزئى نقسمه على المقسوم عليه فيحصل رقم الآحاد العليا لخارج القسمة فنضربه
فى المقسوم عليه ونطرح الحاصل من المقسوم الجزئى الاول وننزل على عين الباقي أول الأرقام
المنفصلة من المقسوم الكلى الذى يلى المقسوم الجزئى الاول فيشكلون من ذلك المقسوم الثانى
الجزئى ويقسمته على المقسوم عليه نتوصل الى ثاينى رقم لخارج القسمة فنضعه على عين الرقم
الاول ثم نطرح حاصل ضربه فى المقسوم عليه من المقسوم الثانى الجزئى وهكذا يستمر العمل
حتى ينزل الرقم الاخير من المقسوم الكلى أى رقم آحاده مع ملاحظة كتابة كل خارج جزئى
متحصل على عين رقم الخارج السابق عليه ثم اذا كان أحد المقاسيم الجزئية لا يقبل القسمة على
المقسوم عليه دل ذلك على عدم احتواء خارج القسمة على آحاد من جنس الآحاد المناظرة لهذا
المقسوم الجزئى وحينئذ فيوضع فى محله صفر ثم ننزل على عين هذا المقسوم الجزئى المذكور
الرقم الذى عليه الدور من أرقام المقسوم وبذلك يتكون مقسوم جزئى جديد يقسم على
المقسوم عليه وهكذا

(٦٧) وبناء على ما ذكر في هذه القاعدة اذا أريد قسمة ٧٦١٨٩ على ٩ أجرى العمل هكذا

مقسوم عليه	مقسوم
٩	٧٦١٨٩
٨٤٦٥ خارج القسمة	٧٢
	٠٤١
	٣٦
	٠٥٨
	٥٤
	٠٤٩
	٤٥
	٠٤

(٦٨) يمكن اختصار عملية القسمة بان لا توضع حواصل ضرب المقسوم عليه في الأرقام المختلفة لخارج القسمة تحت المقاسيم الجزئية وإنما تجرى علينا الضرب والطرح معا بواسطة طرح الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب كل رقم من أرقام المقسوم عليه في رقم خارج القسمة الجاري عليه العمل على التوالي من الاجزاء المتقدمة معها في المتزلة من المقسوم الجزئي المناظر لرقم خارج القسمة وذلك بالابتداء من جهة اليمين وعند تعذر الطرح يضم الى المطروح منه عشرة أو عدة عشرات حتى يتأتى الطرح وفي مقابلة ذلك نضم تلك العشرات التي اضيفت الى الحاصل الذي يأتي بعد (٢٩) فنقول في مثال غرة ٦٣ بعد تجزئته رقم ٤ من خارج القسمة أن ٧×٤ يحصل ٢٨ وهو عدد لا يمكن طرحه من ٦ فيضم اليه ٣ عشرات حتى يتأتى الطرح فيحصل ٣٦ فاذا طرح ٢٨ من ٣٦ يكون الباقي ٨ ونحفظ ٣ عشرات لاضافتها الى الحاصل الآتي بعد وهو حاصل ضرب رقم عشرات المقسوم عليه في رقم خارج القسمة ٤ ثم نقول ٢×٤ يحصل ٨ و ٣ محفوظة يحصل ١١ وهو عدد لا يمكن طرحه من صفر فنضم اليه ٢ عشرات ثم نقول ١١ من ٢٠ يبقى ٩ ومعنا ٢ ونقول ٤×٣ يحصل ١٢ و ٢ محفوظة يحصل ١٤ مطروحة من ١٤ يبقى صفر ويكون باقي طرح حاصل ضرب رقم خارج القسمة ٤ في المقسوم عليه من المقسوم الجزئي ١٤٠٦ هو ٩٨ وهو عين الباقي المتقدم بالعملية السابقة وتوضع العملية على هذه الصورة

مقسوم	مقسوم عليه
٧٩٤٦١	٣٢٧
ثاني مقسوم جزئي ١٤٠٦	٢٤٣ خارج القسمة
ثالث مقسوم جزئي ٩٨١	
باقي ٠٠٠	

(٦٩) عند ما يكون المقسوم عليه رقاً واحداً فإن عملية القسمة تختصر كما يأتي
فنفرض أن المطلوب اختصار عملية القسمة المذكورة بمرّة (٦٧) فنضع العمل هكذا

مقسوم	٧٦١٨٩	٩	مقسوم عليه
خارج القسمة	٨٤٦٥		
الباقى	٤		

ثم نقول كم مرّة يحتوى عدد ٧٦ العدد ٩ أو كم مرّة ينحصر عدد ٩ فى عدد ٧٦ أو كم يكون تسع عدد ٧٦ وحيث أنه ٨ فيوضع تحت رقم ٦ الوف وأما الباقي ٤ الوف أو ٤ مئات يضاف إليه مئات المقسوم فيحصل ٤١ مئات ثم نقول كم يكون تسع عدد ٤١ وحيث أنه ٤ فيوضع تحت رقم المئات ١ وأما الباقي ٥ مئات أو ٥ عشرات فإنه يضم إلى عشرات المقسوم ٨ عشرات فيحصل ٥٨ عشرات ثم نقول كم يكون تسع عدد ٥٨ وحيث أنه ٦ فيوضع تحت رقم عشرات المقسوم ٨ وأما الباقي ٤ عشرات أو ٤ آلاف فإنه يضم إلى آلاف المقسوم ٩ فيحصل ٤٩ ثم نقول كم يكون تسع عدد ٤٩ وحيث أنه ٥ فيوضع تحت آلاف المقسوم وأما الباقي ٤ فيوضع تحت رقم ٥ ويكون عدد ٨٤٦٥ هو خارج القسمة والباقي ٤ وهما عين ناتج مرّة (٦٧)

(٧٠) يكفى فى عمل ميزان القسمة أن يضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة ويضم إلى الناتج باقى العملية فإن ساوى الحاصل المقسوم كانت العملية صحيحة

مقسوم	٧٩٤٦١	٣٢٧	مقسوم عليه
١٤٠٦	٢٤٣		خارج القسمة
٩٨١	٩٨١		
...	١٣٠٨		
الباقى	٦٥٤		
	٧٩٤٦١		حاصل الضرب

(٧١) يكفى لقسمة حاصل ضرب عاملين أو عدة عوامل على عدداً أن يقسم أحد عوامله على هذا العدد

فإذا أريد مثلاً قسمة حاصل ضرب العاملين ١٣٥ و ٤٧ على ١٥ يكفى قسمة أحدهما ١٣٥ على ١٥ ثم يضرب خارج القسمة ٩ فى ٤٧ ودليل ذلك أنها إذا ضرب هذا الحاصل الجديد فى ١٥ تتوصل إلى حاصل الضرب الاصلى مرّة ٤٩

(٧٢) حيث ان خارج القسمة يدل دائماً على عددها احتواء المقسوم على المقسوم عليه
فإذا ضم المقسوم الى نفسه مرة أو مرتين أو ثلاثة الخ أي ضرب في ٢ أو في ٣ أو في ٤ أو الخ
فان خارج القسمة يكبر عما كان عليه ضرورة بمرتين أو بثلاث مرات وهكذا أي يضرب في ٢
أو في ٣ أو في ٤ وهكذا

وإذا أخذ نصف المقسوم أو ثلثه أو رבעه وهكذا أي قسم على ٢ أو على ٣ أو على ٤ الخ
فان خارج القسمة يصغر عما هو عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات وهكذا أي يقسم
على ٢ أو على ٣ أو على ٤ الخ

وإذا ضم المقسوم عليه الى نفسه مرة أو مرتين أو ثلاثة الخ أي ضرب في ٢ أو في ٣ أو في ٤ الخ
فان عددها احتواء يصغر ضرورة عما هو عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات الخ
أعني يقسم على ٢ أو على ٣ أو على ٤ الخ

وإذا أخذ نصف المقسوم عليه أو ثلثه أو رבעه وهكذا فان عددها احتواء يضرب ضرورة
في ٢ أو في ٣ أو في ٤ وهكذا

(٧٣) ينبج مما ذكر أنه اذا ضرب المقسوم والمقسوم عليه معاً في عددا فان خارج القسمة
لا يتغير وكذا اذا قسم المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد

(٧٤) تنبيه اذا كان المقسوم والمقسوم عليه منتهيين بأصغار من الجهة اليمنى جازك
أن تتخلف من أصفار أحدهما بقدر ما تتخلف من أصفار الآخر ويبقى خارج القسمة على حاله
لا يتغير لان ذلك عبارة عن قسمة المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧٢٠٠٠ على ٦٠٠٠ هو عين خارج قسمة ٧٢٠ على ٦

(٧٥) اذا ضرب المقسوم والمقسوم عليه في عدد واحد أو قسم على عدد واحد وان كان
خارج القسمة لا يتغير انما الباقي يضرب أو يقسم على هذا العدد

فان افرض مثلاً أن $٧ \times ٦ = ٤٢$ وضرب المقسوم ٧ في ٦ مثلاً أو قسم عليه
وضرب المقسوم عليه ٦ في العدد المذكور أو قسم عليه فان خارج القسمة ٧ لا يتغير وانما
يضرب الباقي ٥ أو يقسم على هذا العدد

وذلك لانما كان المقسوم المذكور ٤٢ من بكمين جرتين أحدهما ٧ \times ٦ والثاني ٥ لزم
لضربه أو لقسمة على عددا أن يضرب أو يقسم كل جزء من جزأيه على هذا العدد لكنه
لضرب الجزء الاول ٧ \times ٦ في عددا أو لقسمة على عددا يكفي ضرب أحد مضروبيه ٦ مثلاً

أو قسمته على العدد المذكور (٧١) وحينئذ لم يتغير خارج القسمة ٧ وانما يضرب الباقي ٥ في ٣ أو يقسم على عدد ٣

(٧٦) يكفي في قسمة أي عدد على حاصل ضرب عدة عوامل أن يقسم هذا العدد على التوالى على العوامل المذكورة وهذه الخاصية هي نتيجة قاعدة نمرة ٤٢

فعلى هذا إذا كان المطلوب قسمة ١٠٥ على عدد ١٥ الذى هو حاصل ضرب عاملى ٣ و ٥ فاقسم أولا ١٠٥ على ٥ فيكون خارج القسمة ٢١ ثم اقسم ٢١ على ٣ فيكون ٧ هو خارج قسمة ١٠٥ على ١٥ لانك لو ضربت ٣ × ٧ ثم ضربت الحاصل ٢١ في ٥ لننتج ١٠٥ (٧٧) خارج قسمة قوتى عدد واحد على بعض ما يساوى هذا العدد بأس مساو لاس المقسوم ناقصا أس المقسوم عليه

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧ على ٢ هو ٣ وذلك لان حاصل ضرب ٢ × ٣ = ٦

(٧٨) تنبيه من احتوى المقسوم والمقسوم عليه على قوى عدد واحد فان أس هذا العدد في خارج القسمة يتحصل بطرح أس المقسوم عليه من أس المقسوم

فخارج قسمة ٦ × ٧ على ٢ × ٣ = ٥ × ٢ = ١٠ وذلك لان ٢ × ٣ × ٥ × ٢ = ٦ × ٧ وبالجمله ففى كان المقسوم والمقسوم عليه محللين الى عوامل فان خارج القسمة يتحصل بحذف جميع عوامل المقسوم عليه من عوامل المقسوم

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٢ × ٣ × ٥ × ٧ × ١٣ على ٢ × ٣ × ٥ × ٧ هو ١٣ × ٧ × ٥ × ٢

(مسائل القسمة)

(١) اذا كان ثمن المتر الواحد من الجوخ يعادل ٣٥ غرشا فما يكون عدد الامتار التى يمكن شترها من هذا الجوخ بمبلغ ٤٣٧٥ غرشا

فالجواب أن يقال ان عدد الامتار المطلوبه يتحصل ضرورية من قسمة مبلغ ٤٣٧٥ غرشا على ثمن المتر الواحد وهو ٣٥ غرشا وباجراء القسمة يعلم أن عدد الامتار المطلوبه هو ١٢٥

(٢) اذا كان ثمن ٩٤ مترا قاشا يعادل ٤٥١٢ غرشا فما مقدار ثمن ١٣ مترا من هذا القاش فالجواب أن يقال من المعلوم أنه لا يتأتى معرفة ثمن الثلاثة عشر مترا من القاش الا اذا عرف ثمن المتر الواحد منه ولذا يجب أولا قسمة ٤٥١٢ غرشا على ٩٤ فيحصل ٤٨ غرشا وهو ثمن المتر الواحد فاذا ضرب في ١٣ يتحصل ٦٢٤ غرشا وهو ثمن ١٣ مترا المطلوب

(٣) اشترك ٣٥ شخصا في تجارة فربحت مبلغ ٤٣٠٠ غرشا والمطاول معرفة ما يخص كل شريك من الربح

فالجواب أن يقال مقدار ربح كل شريك يتحصل ضرورة من قسمة مقدار الربح الكلي وهو ٤٣٠٠ على عدد الشركاء ويكون مقداره مساويا ١٢٣ غرشا

(٤) اشترى رجل ٢٥٤ أردباً قمحاً بمبلغ ١٩٣٠٠ غرشاً وباع منها مقداراً من الأردب بمبلغ ٩٥٠٠ غرشاً بالسعر الذي اشترى به والمطاول معرفة مقدار الأردب التي باعها

فالجواب أن يقال حيث أن ثمن الأردب الواحد من المباع هو عين الثمن الذي صار المشتري به فإذا قسمنا بمبلغ ١٩٣٠٠ على ٢٥٤ لتحصلنا على ثمن الأردب الواحد وهو ٧٦ غرشاً ثم إذا قسمنا أيضاً بمبلغ ٩٥٠٠ غرشاً على ٧٦ لتحصلنا على عدد ١٢٥ وهو عدد الأردب المباعة

(مسائل يطلب حلها)

(١) قد صرف مبلغ ٦٠٠ غرش على ثلاثة فعلة بحيث أن الثاني منهم أخذ ٤٥ غرشاً زيادة عما أخذه الأول وأن الثالث أخذ ٦٠ غرشاً زيادة عما أخذه الثاني والمطاول معرفة مقدار ما أخذه كل واحد منهم

الجواب الأول أخذ ١٥٠ غرشاً والثاني أخذ ١٩٥ غرشاً والثالث ٢٥٥ غرشاً

(٢) يشتغل ثلاثة من العلة معاً في شغلة ما باجرة يومية قدرها ١٥ غرشاً للعامل الأول و ١٢ غرشاً للعامل الثاني و ٨ غروش للعامل الثالث والمطاول معرفة عدد الأيام التي يجب أن يشتغلها هؤلاء العلة معاً حتى يتخلصوا على أجرة قدرها ٤٣٧٥ غرشاً ومقدار ما يخص كل عامل منهم من الأجرة

الجواب عند الأيام هو ١٢٥ يوماً ويخص الأول من الأجرة ١٨٧٥ غرشاً ويخص الثاني منها ١٥٠٠ غرش ويخص الثالث ١٠٠٠ غرش

(٣) قسم رجل مبلغ ٥٤٥ غرشاً على أولاده الأربع بحيث أنه أعطى الثاني منهم ٣٠ غرشاً زيادة عما أعطاه للأول وأعطى الثالث ٤٠ غرشاً زيادة عما أعطاه للثاني وأعطى الرابع ٥٥ غرشاً زيادة عما أعطاه للثالث والمطاول معرفة مقدار ما أعطاه لكل واحد من أولاده

فالجواب الأول أخذ ٧٥ غرشاً والثاني أخذ ١٠٥ غرشاً والثالث أخذ ١٤٥ غرشاً والرابع أخذ ٢٠٠ غرشاً

الباب الثاني

(في الخواص المتعلقة بقواسم الأعداد ومضاعفاتها والقاسم المشترك الأعظم والأعداد الأولية والبحث عن قواسم أي عدد كان)

الفصل الأول

(في خواص قواسم أي عدد ومضاعفاته)

(٧٩) كل عدد يقسم عددا آخر بدون باق يسمى قاسم له أو أحد مضاربه كما يقال للعدد الآخر مضاعفاً للآخر. وحيث نفيقال لعدد ٣ الذي يقسم عدد ١٢ بدون باق قاسم له ويقال لعدد ١٢ مضاعفاً لعدد ٣

(٨٠) كل عدد يقسم عددين أو جله أعداد بدون باق يقسم مجموعها كذلك

وذلك لأنه لما كان كل واحد من الأعداد المذكورة مساوياً للقاسم عدة مرات كان مجموعها كذلك. فإذا قسم عدد ٥ مثلاً كل واحد من الأعداد ١٥ و ٢٠ و ٢٥ فإنه يقسم مجموعها ٦٠ لأنه ينتج من هذا التساويات $10 = 2 \times 5$ و $20 = 4 \times 5$ و $25 = 5 \times 5$ أن مجموع هذه الأعداد $10 + 20 + 25 = 60$ أو مؤلف من تكرار القاسم ٥ مرات ٤ مرات + ٥ مرات أي مؤلف من القاسم ٥ المذكور ١٢ مرة

نتيجة كل عدد يقسم عدداً آخر فإنه يقسم مضاعفاته لأنه لما كان كل واحد من المضاعفات يدل على مجموع جله أعداد كل منها مساوياً للعدد المذكور كان مجموعها أو المضاعف المذكور يقبل القسمة ضرورية على هذا القاسم

فإذا قسم عدد ٣ العدد ١٢ مثلاً كان قاسمها المضاعفاته ٢٤ و ٣٦ و ٤٨ وهكذا لأن عدد ٢٤ $12 = 2 \times 12$ و ٣٦ $12 = 3 \times 12$ و ٤٨ $12 = 4 \times 12$ وهو المراد

(٨١) كل عدد يقسم عددين يقسم الفرق بينهما لأنه لما كان كل واحد من العددين مساوياً للقاسم عدة مرات كان باقي طرحهما كذلك

فإذا قسم عدد ٣ مثلاً كل واحد من العددين ٢٤ و ٣٦ كان قاسماً لفاضلهما ١٢ لانه ينتج من المتساويتين $٣٦ = ٣ \times ١٢$ و $٢٤ = ٢ \times ١٢$ أن الفرق ٣٦ - ٢٤ أو ١٢ مساوياً للفرق بين ١٢ مرة القاسم وبين ٨ مرات القاسم أو مساوياً الى ٤ مرات القاسم وينتج من ذلك

- أولاً - إذا قسم عدد مجموع عددين وأحدهما فإنه يقسم الثاني
ثانياً - إذا قسم عدد مجموع عددين ولم يقسم أحدهما فإنه لم يقسم الثاني لانه لو قسم الثاني لكان قاسماً للاول ضرورة وهو مغاير للفرص
ثالثاً - إذا قسم عدداً أحدهما لم يقسم الثاني فلا يقسم المجموع لانه لو قسم المجموع لكان قاسماً للجزء الثاني وهو مغاير للفرص
(٨٢) كل عدد لا يقبل القسمة على عدداً أكبر من نصفه لان خارج قسمة أى عدد على نصفه هو ٢ فلوراد العدد عن النصف فلا يكون خارج القسمة عدداً صحيحاً

الفصل الثاني

(في قابلية قسمة الاعداد على ٢ و ٥ و ١٠ و ٢٠ و ٤٠ و ٦٠ و ١١ و ٧٠)

(٨٣) العدد يقبل القسمة على ٢ اذا كان رقم آحاده صفراً أو أحداً الارقام الزوجية ٢ و ٤ و ٦ و ٨ مثل عددي ٣٥٠ و ٧٨

برهان الاول نقول حيث ان عدد ٣٥٠ يمكن تحليله الى المضروبين ١٠ و ٣٥ فيكون مساوياً الى ١٠×٣٥ وحيث ان عدد $١٠ = ٢ \times ٥$ يكون $٣٥ \times ٢ \times ٥ = ٣٥٠$

وحيث كان عدد ٢ قاسماً لنفسه ضرورة فيكون قاسماً لمضاعفاته ومنها $٣٥ \times ٢ \times ٥$
برهان الثاني حيث ان $٧٨ = ٢ + ٧٦$ وكان الجزء الاول زوجياً يقبل القسمة على ٢ وجزؤه الثاني منته بصفر يقبل القسمة على ٢ أيضاً فيكون المجموع ٧٨ قابلاً للقسمة على ٢
(٨٤) وبمثل ما ذكره برهن على أن العدد الذي يكون رقم آحاده صفراً أو عدداً ٥ يكون قابلاً للقسمة على ٥

(٨٥) العدد يكون قابلاً للقسمة على ٤ إذا كان العدد المذلول عليه برقى أحاده وعشراته صفرين أو يقبل القسمة على ٤ مثل ٤٣٠٠ و ٥٤٨

برهان الأول نقول حيث أن عدد $٤٣٠٠ = ٤٣ \times ١٠٠$ أو يساوي $٤ \times ٢٥ \times ٤٣$ وكان عدد ٤ قاسماً لنفسه فيقسم مضاعفاته ومنها $٤ \times ٢٥ \times ٤٣$

برهان الثاني نقول حيث أن عدد $٥٤٨ = ٤٨ + ٥٠٠$ وكان عدد ٤ يقسم ٤٨ فرضاً ويقسم ٥٠٠ بناءً على القسم الأول من هذه الخاصية فيقسم مجموعهما ٥٤٨

(٨٦) تنبيه حيث أن $١٠٠ = ٢ \times ٥٠$ و $١٠٠٠ = ٢ \times ٥٠٠$ و $١٠٠٠٠ = ٢ \times ٥٠٠٠$ والخ فإنه قياساً على ما تقدم في الثمرتين السابقتين يمكن أن نبرهن على الخواص الآتية

أولاً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٢ أو ٨ إذا كان منتهايان من جهة اليمين بثلاثة أصفار أو بعدد مكر من ثلاثة أرقام يقبل القسمة على ٨

ثانياً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٥ أو ٢٥ إذا كان منتهايان من جهة اليمين بصفرين أو بعدد مكر من رقين يقبل القسمة على ٢٥

ثالثاً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٣ أو ١٢٥ إذا كان منتهايان من جهة اليمين بثلاثة أصفار أو بعدد مكر من ثلاثة أرقام يقبل القسمة على ١٢٥

رابعاً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٤ أو ١٦ إذا كان منتهايان من جهة اليمين بأربع أصفار أو بعدد مكر من أربعة أرقام يقبل القسمة على ١٦

خامساً - العدد يكون قابلاً للقسمة على ٥ أو ٦٢٥ إذا كان منتهايان من جهة اليمين بأربع أصفار أو بعدد مكر من أربعة أرقام يقبل القسمة على ٦٢٥

ملحوظة - يتضح مما ذكره ٨٣ و ٨٤ و ٨٥ و ٨٦ أن باقى قسمة أى عدد على ٢ أو على ٥ هو عين باقى قسمة رقم أحاده على ٢ أو على ٥ وأن باقى قسمة أى عدد على ٤ أو على ٢٥ هو عين باقى قسمة العدد المكون من رقى أحاده وعشراته على ٤ أو على ٢٥ وأن باقى قسمة أى عدد على ٨ أو على ١٢٥ هو عين باقى قسمة العدد المكون من أرقامه الثلاثة الأولى على ٨ أو على ١٢٥ وهكذا

(٨٧) العدد يكون قابلاً للقسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه باعتبارها أحاداً بسيطة يقبل القسمة على ٩

فعدد ٢٤٥٤٦٨٧ الذي مجموع أرقامه باعتبارها آحاداً بسيطة ٣٦ يقبل القسمة على ٩ والبرهنة على هذه الخاصية متوقفة على الأمور الثلاثة الآتية

(الامر الاول) أي واحد متبوع بصفر أو بعدة أصفار يساوي مكرر ٩ زائداً واحداً وذلك لأننا لو كتبنا عدداً مكرراً بكامن وحدات قل عددها أكثر ثم ضربناه في ٩ لكان الناتج مكرراً لعدد ٩ وهو مكرر كبمن عند ما من التسعات وإذا أضفنا اليه واحداً نتحصل من المجموع واحداً متبوعاً بأصفار

مثاله $111 \times 9 = 999 + 1 = 1000$ وقس على ذلك
(الامر الثاني) أي رقم متبوع بصفر أو بعدة أصفار يساوي مكرر ٩ زائداً هذا الرقم أعني أن ٥٠ مثلاً يساوي مكرر ٩ + ٥٠

وذلك لأن عدد ٥٠ ناتج من ضرب 10×5 وحيث أن $10 = 9 + 1$ مكرر ٩ + ١ (كافي الامر الاول) فإذا ضرب عدد ١٠ في ٥ لزم ضرب كل جزء من جزئيه في ٥ واذن يكون $10 \times 5 = 50 = 5 \times 9 + 5$ مكرر ٩ + ٥ وقس على ذلك

(الامر الثالث) أي عدد يكون مساوياً للمكرر ٩ زائداً مجموع أرقامه المعنوية
مثاله عدد ٢٤٥٤٦٨٧ = مكرر ٩ + (٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٥ + ٤ + ٢)
وذلك لأننا إذا لاحظنا من جهة أن كل واحد من الأعداد التسعة البسيطة يساوي $9 \times$ زائد الرقم البال عليه ومن جهة أخرى ما تقر في الأمرين الأولين فأننا نكون الجدول الآتي

$$7 + 9 \times 0 = 7 + 9 \times 0 = 7$$

$$8 + 9 \times 0 = 8 + 9 \times 0 = 8$$

$$6 + 9 \times 6 = 6 + 9 \times 6 = 60$$

$$4 + 9 \times 111 = 4 + 9 \times 111 = 1000$$

$$5 + 9 \times 5555 = 5 + 9 \times 5555 = 50000$$

$$4 + 9 \times 44444 = 4 + 9 \times 44444 = 400000$$

$$2 + 9 \times 222222 = 2 + 9 \times 222222 = 2000000$$

ثم إذا أجرينا عملية الجمع نجد أن

$$2454687 = 9 \text{ مكرر } + (7 + 8 + 6 + 4 + 5 + 4 + 2)$$

إذا تقرّر هذا نقول حيث أن عدد ٢٤٥٤٦٨٧ مكرر من جزأين أحدهما مكرر ٩

يقبل القسمة على ٩ فلا يكون العدد المذكور قابلاً للقسمة على ٩ إلا إذا كان جزؤه الثاني

(٧ + ٨ + ٦ + ٤ + ٥ + ٢) كذلك أعني إذا كان مجموع الأرقام المعنوية للعدد المفروض قابلا للقسمة على ٩ يكون العدد المفروض كذلك

(٨٨) تنبيه يؤخذ من البرهان المتقدم أن باقي قسمة العدد المفروض على ٩ هو عين باقي قسمة مجموع أرقامه المعنوية على ٩

(٨٩) ويبرهن بمثل ما ذكر على أن العدد يكون قابلا للقسمة على ٣ إذا كان مجموع أرقامه المعنوية باعتبارها أجيادا بسيطة يقبل القسمة على ٣

(٩٠) العدد يقبل القسمة على ٦ إذا كان زوجيا ويقبل القسمة على ٣

مثاله عدد ٣٤٢ الزوجي والذي مجموع أرقامه ٩ فانه يقبل القسمة على ٦

والبرهنة على ذلك تقول إذا قسم عدد ٣٤٢ المفروض على ٣ فانه يجب أن يحصل في خارج القسمة عدد زوجي لانه لو تحصل عدد فردي وضرب في العدد الفردي ٣ فانه لا يتحصل من حاصل الضرب الا عدد فردي مع أن حاصل الضرب يجب أن يكون نفس العدد الزوجي المفروض ٣٤٢ واذن فلا بد وأن يحصل في خارج القسمة عدد زوجي وهذا الخارج هو ١١٤ فإذا قسم على ٢ تحصل ٥٧ ثم إذا ضرب هذا الناتج الأخير على التوالي في ٢ ثم في ٣ أو ضرب دفعة واحدة في ٦ فانا توصل الى العدد المفروض ٣٤٢ واذن فهو يقبل القسمة على ٦ لانها أحدهما ضاربه

(٩١) العدد يقبل القسمة على ١١ إذا كان باقي طرح مجموع أرقامه الزوجية الرتبة من مجموع أرقامه الفردية الرتبة صفرا أو ١١ أو مكررا ١١

فإذا فرض العدد ٥٩٨٢٩ وجعلنا أرقامه الفردية الرتبة ٩ + ٨ + ٥ = ٢٢ ثم جعلنا أرقامه الزوجية الرتبة ٢ + ٩ = ١١ ثم طرحنا المجموع الثاني من الاول هكذا ٢٢ - ١١ = ١١ ووجدنا أن باقي الطرح ١١ أو مكررا ١١ كان العدد المفروض قابلا للقسمة على ١١ وحيث أن الباقي هنا هو ١١ فيكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ١١ والبرهنة على هذه الخاصية متوقفة على الامور الثلاثة الآتية

(الامر الاول) من المعامير أن لو قسمنا الواحد المتبوع بأصغار زوجية (يعني أن يكون فردي الرتبة) على ١١ فان باقي القسمة يكون دائما مساويا للواحد أي أنه يساوي لمكرر ١١ زائدا واحدا وإذا قسمنا الواحد المتبوع بأصغار فردية (يعني أن يكون زوجي الرتبة) على ١١ فان باقي القسمة يكون دائما مساويا ١٠ أي أنه يساوي لمكرر ١١ ناقصا واحدا كإحدى

احاد زوجية الرتبة	احاد فردية الرتبة
$1 - 11 \times 1 = 10$	$1 + 11 \times 0 = 1$
$1 - 11 \times 91 = 100$	$1 + 11 \times 9 = 100$
$1 - 11 \times 9091 = 10000$	$1 + 11 \times 909 = 10000$
$1 - 11 \times 909091 = 1000000$	$1 + 11 \times 90909 = 1000000$

(الامر الثاني) أى رقم متبوع بأصفار فردية (أى زوجى الرتبة) يساوى لمكرر ١١ زائداً رقه المعنوى وأى رقم متبوع بأصفار زوجية (أى فردى الرتبة) يساوى لمكرر ١١ ناقصاً رقه المعنوى

$$\text{مثاله } 00000 + 11 \text{ مكرر} = 00000 - 11 \text{ مكرر}$$

وذلك لان عدد ٥٥٥٥٥ ناتج من ضرب ١٠٥٥٥ في ٥ وحيث ان ١٠٥٥٥ = مكرر ١١ + ١ يكون ٥٥٥٥٥ أو $5 \times 10000 = 5 \times 11 \text{ مكرر} + 5 \times 1 = 11 \text{ مكرر} + 5$

ولان عدد ٥٥٥٥٥ ناتج من ضرب ٥٥٥٥ في ١٠٥٥٥ وحيث ان ٥٥٥٥ = مكرر ١١ - ١ يكون ٥٥٥٥٥ أو $5 \times 10000 = 5 \times 11 \text{ مكرر} - 5 \times 1 = 11 \text{ مكرر} - 5$ وقس على ذلك الباقي

(الامر الثالث) أى عدد يساوى لمكرر ١١ زائداً الفرق بين مجموع أرقامه الفردية الرتبة وبين مجموع أرقامه الزوجية الرتبة

$$\text{أى أن عدد } 59829 = 11 \text{ مكرر} + (9 + 8 + 0) - (9 + 2) \text{ وذلك لاننا لاحظنا ما تقرّر في الامرين السابقين فانا نكون الجدول الاتي}$$

$$\begin{aligned} 9 + 11 \text{ مكرر} &= 9 + 11 \times 0 = 9 \\ 2 - 11 \text{ مكرر} &= 2 - 11 \times 1 = 2 \\ 8 + 11 \text{ مكرر} &= 8 + 11 \times 72 = 800 \\ 9 - 11 \text{ مكرر} &= 9 - 11 \times 819 = 9000 \\ 0 + 11 \text{ مكرر} &= 0 + 11 \times 4545 = 00000 \end{aligned}$$

وبإجراء الجمع يحدث

$$59829 = 11 \text{ مكرر} + (9 + 8 + 0) - (9 + 2) + (11 - 22) \\ \text{اذا تقرّر هذا نقول حيث ان المجموع } 59829 \text{ يتركب من جزأين أحدهما مكرر ١١. يقبل} \\ \text{القسمه على ١١ فلا يكون المجموع المذكور قابلاً للقسمه على ١١ الا اذا كان جزؤه الثاني}$$

(٢٢ - ١١) كذلك أعني انا كان باقي طرح مجموع الأرقام الزوجية الرتبة للعدد المفروض من مجموع الأرقام الفردية الرتبة له صفراً أو ١١ أو مكرر ١١ كان العدد المفروض يقبل القسمة على ١١

(٩٢) تنبيهه يؤخذ من هذا البرهان أن باقي قسمة أي عدد على ١١ هو عين باقي قسمة الفرق الكاثر بين مجموع أرقامه الفردية الرتبة وبين مجموع أرقامه الزوجية الرتبة باعتبار دلالتها على أحاد بسيطة على ١١

(٩٣) قد يظهر أحياناً عند البحث عن باقي قسمة عدد مفروض على ١١ أن مجموع الأرقام المعنوية الزوجية الرتبة أكبر من مجموع الأرقام المعنوية الفردية الرتبة وبذلك لا يتأتى الطرح غير أنه في مثل هذه الحالة تجري العمل كما سيأتى

فإذا فرض مثلاً أن المطلوب معرفة باقي قسمة العدد ٢٩٤٦١ على ١١ نقول

من المعلوم أن عدد ٢٩٤٦١ = مكرر ١١ + (٧ - ١٥) وحيث أنه لا يمكن طرح ١٥ من ٧ فنستعير من مكرر ١١ عدد ١١ مرة أو عدة مرات ونضمه إلى المطروح منه ٧ حتى يتأتى الطرح وحيث أن الأمر لا يحتاج هنا إلا إلى استعارة عدد ١١ مرة واحدة فقط أمكن وضع العدد المفروض على هذه الصورة

$$٢٩٤٦١ = \text{مكرر } ١١ + ١١ + ٧ - ١٥ = \text{مكرر } ١١ + ١٨ - ١٥ = \text{مكرر } ١١ + ٣$$

(٩٤) ولنبحث الآن عن الطريقة التي يعرف بها قابلية قسمة أي عدد على ٧ فنقول

إذا جربنا قسمة آحاد الرتب المختلفة على ٧ فأننا نكون الجدول الآتي

$١ + ٧ \times ٠$	=	١
$٣ + ٧ \times ١$	=	١٠
$٢ + ٧ \times ١٤$	=	١٠٠
$٦ + ٧ \times ١٤٢$	=	١٠٠٠
$٤ + ٧ \times ١٤٢٨$	=	١٠٠٠٠
$٥ + ٧ \times ١٤٢٨٥$	=	١٠٠٠٠٠
$١ + ٧ \times ١٤٢٨٥٧$	=	١٠٠٠٠٠٠
$٣ + ٧ \times ١٤٢٨٥٧١$	=	١٠٠٠٠٠٠٠
$٢ + ٧ \times ١٤٢٨٥٧١٤$	=	١٠٠٠٠٠٠٠٠
$٦ + ٧ \times ١٤٢٨٥٧١٤٢$	=	١٠٠٠٠٠٠٠٠٠

وهكذا .

فإذا لم تعتبر من هذا الجدول الاوحدات أوائل الفصول الثلاثة المختلفة وهي الآحاد والالوف والمليون والبيون وهكذا نشاهد أن

$$\begin{array}{rcl}
 1 & \text{أو آحاد الفصل الاول} & = 1 + 7 \times 0 \\
 1000 & \text{أو آحاد فصل الالوف} & = \text{مكرر } 7 + 1 \text{ أو } = \text{مكرر } 7 - 1 \\
 1000000 & \text{أو آحاد فصل المليون} & = \text{مكرر } 7 + 1 \\
 1000000000 & \text{أو آحاد فصل البيون} & = \text{مكرر } 7 + 1 \text{ أو } = \text{مكرر } 7 - 1
 \end{array}$$

: وهكذا

أعني أن واحداً الفصل الثلاثي الفردي الرتبة (بمعنى أنه يكون مسبوقاً بفصول عددها زوجي) يساوي مكرر $7 + 1$ وأن واحداً الفصل الثلاثي الزوجي الرتبة (بمعنى أنه يكون مسبوقاً بفصول عددها فردي) يساوي مكرر $7 - 1$

إذا قرر هذا وفرض العدد $839 \ 967 \ 934 \ 387$ ثم قسم الى فصول ثلاثية بالابتداء من جهة اليمين وضربت المتساوية الاولى من الجدول الثاني في عدد 839 وهو فصل الآحاد من العدد المفروض وضربت المتساوية الثانية من الجدول المذكور في عدد 967 وهو فصل الالوف وضربت المتساوية الثالثة في فصل المليون وهو 934 وضربت المتساوية الرابعة في فصل البيون وهو 387 ثم أجرى جمع النتائج حدث

$$\begin{array}{rcl}
 1 \times 839 & \text{أو } 839 & = 839 + \text{مكرر } 7 \times 0 \\
 1000 \times 967 & \text{أو } 967000 & = \text{مكرر } 7 \times 967 + 967 \\
 1000000 \times 934 & \text{أو } 934000000 & = \text{مكرر } 7 \times 934 + 934 \\
 1000000000 \times 387 & \text{أو } 387000000000 & = \text{مكرر } 7 \times 387 + 387
 \end{array}$$

ويكون $839 \ 967 \ 934 \ 387 = \text{مكرر } 7 + (839 + 967) - (934 + 387)$

أو $839 \ 967 \ 934 \ 387 = \text{مكرر } 7 + 1773 - 1304 = \text{مكرر } 7 + 419$ وهي متساوية يؤخذ منها

أولاً - ان العدد يكون قابلاً للقسمة على 7 اذا كان باقي طرح مجموع المقادير المطلقة لاعداد الفصول الفردية الرتبة (باعتبار أن اعداد كل فصل قائمة بنفسها وحافطة لهيئة الفصل) من مجموع المقادير المطلقة لاعداد الفصول الزوجية الرتبة صفراً أو 7 أو مكرر 7
ثانياً - ان باقي قسمة أي عدد على 7 هو عين باقي قسمة الفرق المذكور على 7

(٩٥) ثم ان الفرق المذكور بالثمرة السابقة يكون اماراً قواً واحداً أو رقيقين أو ثلاثة أو أكثر من ذلك وحيث ان قابلية قسمة أي عدد من رقيقين أو رقيقين على 7 أو باقي قسمته عليه

يعلم بمجرد النظر إليه وجب اذن اختبار الحالة التي يكون فيها مكيامن ثلاثة أرقام فأكثر فنقول من المعلوم أنه اذا تركز الفرق من أكثر من ثلاثة أرقام لزم اذن إعادة العملية السابقة فاذا حصلنا من عملية ما على فرق قدره ١٤٣٥٢ نقول حيث ان

$$٣٥٢ + ٧ \text{ مكرر} = ٣٥٢$$

$$١٤ - ٧ \text{ مكرر} = ١٤٠٠$$

$$١٤ - ٣٥٢ + ٧ \text{ مكرر} = ١٤٣٥٢ \quad \text{يكون}$$

أعني أن الامر في ذلك يؤول الى طرح المقدار المطلق للعددين لفصل الالوف من المقدار المطلق للعددين لفصل الاحاد

واذن فلم يبق علينا سوى اختبار حالة العدد المركب من ثلاثة أرقام فنقول

حيث ان الفرق الذي ظهر في المثال السابق (٩٤) كان ٤١٩ فبنا على ما سبق في الجدول الاول من العمدة المذكورة يحدث

$$١ \times ٩ \quad ٩ \text{ أو } ٩ = ١ \times ٩ + ٧ \text{ مكرر} = ٩ + ٧ \text{ مكرر}$$

$$١٠ \times ١ \quad ١٠ \text{ أو } ١٠ = ٣ \times ١ + ٧ \text{ مكرر} = ٣ + ٧ \text{ مكرر}$$

$$١٠٠ \times ٤ \quad ٤٠٠ \text{ أو } ٤٠٠ = ٢ \times ٤ + ٧ \text{ مكرر} = ٨ + ٧ \text{ مكرر}$$

$$٦ + ٧ \times ٢ + ٧ \text{ مكرر} = ٢٠ + ٧ \text{ مكرر} = ٨ + ٣ + ٩ + ٧ \text{ مكرر} = ٤١٩ \text{ أو}$$

$$٦ + ٧ \text{ مكرر} = ٤١٩ \text{ أو}$$

أعني أنه لمعرفة قابلية قسمة أي عدد مكيامن ثلاثة أرقام على ٧ أول معرفة باقي قسمته على ٧ يضرب رقم احده في واحد ورقم عشراته باعتبارها احاداً بسيطة في ٣ ورقم مئاته باعتبارها احاداً بسيطة في ٢ ثم تجمع تلك الحواصل الثلاثة على بعضها فان دل مجموعها على مكرر ٧ كان العدد المذكور قابلاً للقسمة على ٧ والا فيكون باقي قسمته على ٧ هو عين باقي قسمته العدد المذكور على ٧

(في عمل ميزان الضرب والقسمة بواسطة ١١ و ٩)

(٩٦) السهولة التي يتوصل بها لمعرفة باقي قسمة أي عدد على ٩ وعلى ١١ أتت بطريقة يتحقق بها من صحة عملية الضرب أو القسمة وهذه الطريقة مؤسوسة على القاعدة الآتية

(٩٧) انما قسم على التوالى عدداً مفروضاً على عدد ثالث وضرب الباقيان المتحصلا من عمليتي القسمة في بعضهما ثم قسم حاصل ضربهما على العدد الثالث المذكور فان باقى

القسمة الذي يحصل من هذه العملية الأخيرة يكون هو عين باقي القسمة الذي يتحصل من قسمة حاصل ضرب العددين المقروضين على هذا العدد الثالث

فإذا فرض أن العددين المقروضين هما ٨٦ و ٣٤ وانا قسمناهما على عدد ثالث ٩ ثم ضرب الباقيان ٥ و ٧ المتحصلان من هاتين العمليتين في بعضهما وقسم حاصل ضربهما ٣٥ على ٩ فان باقي القسمة المتحصل من عملية القسمة الأخيرة وهو ٨ هو عين باقي قسمة حاصل ضرب العددين ٨٦ و ٣٤ على ٩ وذلك لانما كان

$$٨٦ = \text{مكرر } ٩ + ٥ \quad \text{و} \quad ٣٤ = \text{مكرر } ٩ + ٧$$

فلاجل ضرب ٨٦ في ٣٤ نضرب كل جزء من جزئي أحدهما في جزئي الثاني على التوالي وحينئذ فيتركب حاصل الضرب من أربعة أجزاء وهي مكرر ٩ × مكرر ٩ ومكرر ٩ × ٥ و ٧ × مكرر ٩ و ٧ × ٥ وحيث ان مجموع هذه الحواصل الاربعة يجب أن يكون مساويا الى حاصل ضرب ٨٦ × ٣٤ يحدث

$٨٦ \times ٣٤ = \text{مكرر } ٩ \times \text{مكرر } ٩ + \text{مكرر } ٩ \times ٥ + ٧ \times \text{مكرر } ٩ + ٧ \times ٥$
وحيث ان مجموع الاجزاء الثلاثة الاول يدل على مكرر ٩ فيكون باقي قسمة حاصل ضرب ٨٦×٣٤ على ٩ هو عين باقي قسمة حاصل الضرب ٥×٧ على ٩ ولما كان عدد ٥ هو باقي قسمة ٨٦ على ٩ وعدد ٧ هو باقي قسمة ٣٤ على ٩ فقد ثبتت القاعدة ويحصل مثل ذلك لو كان المقسوم عليه هو ١١

(٩٨) فإذا أريد عمل ميزان الضرب بواسطة ٩ نبحث عن باقي قسمة المضروب على ٩ ثم نبحث عن باقي قسمة المضروب فيه على ٩ ثم نضرب الباقيين المتحصلين في بعضهما ونقسم الناتج على ٩ فلا بد وأن يكون باقي هذه القسمة المتحصل مساويا لباقي قسمة حاصل الضرب الاصل على ٩ ومن المعتاد وضع البواقي المتحصلة في الزوايا الاربع الحادثة من تقاطع مستقيمين على الصورة الآتية وهو أن يوضع باقيا المضروبين في زاويتين متقابلتين منهم ويوضع الباقي المتحصل من ضرب الباقيين وباقي حاصل الضرب الاصل في الزاويتين الاخيرتين فإذا كان المضروبان هما ٨٦ و ٣٤ أجرى العمل هكذا



$$\begin{array}{r} ٨٦ \\ ٣٤ \\ \hline ٣٤٤ \\ ٢٥٨ \\ \hline ٢٩٢٤ \end{array}$$

(٩٩) تنبيهان الاول من المعلوم أنه اذا لم يتساو الباقيان الاخيران دل ذلك على عدم صحة العملية أما اذا تساويا فإنه لا يجزم بصحة العملية وذلك لان باقى قسمه أى حاصل ضرب أو أى عدد على q لا يتغير اذا حصل فيه أحد هذه الامور

أولا - اذا تغير وضع الارقام أى نقل أيها محل الآخر

ثانيا - اذا حذف من أرقام العدد المذكور رقم q واستعوض بصفر وبالعكس

ثالثا - اذا زاد بعض أرقامه واحدا أو اثنين أو ثلاثا فمثلا ونقص رقم آخر عين الوحدات الزائدة فى الرقم الاول

رابعا - اذا زاد مجموع الارقام أو نقص بمقدار q أو أحد مضاعفات q فى كل واحدة من هذه الاحوال يكون الخطأ الواقع q أو مكرر q ولا يزال حاصل الضرب مساويا لمكرر q زائدا عين الباقي وان كان يندر وقوع مثل هذه الاحوال

التنبيه الثانى اذا طبقنا قاعدة الميزان المتقدمة على ١١ فان الذى يخشى منه هو أن يكون الخطأ الواقع فى حاصل الضرب ١١ أو مكرر ١١ وحينئذ فلا جرى الميزان بواسطة q و ١١ معا فان الخطأ الذى لم يظهره الميزان الاول يظهره الثانى لكنه اذا كان الخطأ الواقع فى الحاصل مساويا $q \times 11 = 99$ أو مضاعفاته فلا يظهر من عمل الميزانين المذكورين لكنه لما كان الوقوع فى مثل هذا نادرا جدا كان الحكم بصحة العملية أقرب

(١٠٠) أما عمل الميزان بواسطة الاعداد ٤ و ٢٥ و ٨ و ٠٠٠ فإنه لا يعتد به لان البحث عن باقى قسمه أى عدد مفروض على أى واحد من هذه الاعداد يؤول الى البحث عنه فى الرقبن أو الثلاثة الاول من العدد المقروض فلو كان هناك خطأ فى باقى الارقام فان عملية الميزان لم تظهره

(١٠١) أما عمل ميزان القسمة بواسطة q أو ١١ أو بهما معا فإنه لا يختلف فى شئ عما أجرى فى عمل ميزان الضرب لانك لو طرحت الباقي من المقسوم كان الناتج مساويا لضرورة لمحصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة

الفصل الثالث

(في القاسم المشترك الاعظم)

(١٠٢) القاسم المشترك بين عددين أو جملة أعداد هو عدد يقسم هذين العددين أو هذه الأعداد قسمة صحيحة فعدد ٤ يقال له قاسم مشترك بين الأعداد ٨ و ٢٤ و ٣٦

(١٠٣) إذا كان لعددين أو جملة أعداد قاسم أو عدة قواسم مشتركة فإنه يقال لا كبرها القاسم المشترك الاعظم بين هذين العددين أو هذه الأعداد

فإذا فرض العددين ١٢ و ٢٤ وكانت قواسمهما المشتركة هي ١٢ و ٦ و ٤ و ٣ و ٢ و ١ فإنه يقال لا كبرها ١٢ القاسم المشترك الاعظم بين العددين المقروطين

(١٠٤) كل عددين أو جملة أعداد ليس لهم قاسم مشترك غير الواحد تسمى أعداداً أولية مع بعضهم مثل ٨ و ٩ و ١١

(١٠٥) العدد الاوّل هو الذي لا يقبل القسمة الا على نفسه وعلى الواحد مثل ١١٧ و ١٣

(في البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين)

(١٠٦) إذا أريد البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين مثل ٢١ و ٥٦ نقول من المعلوم أن القاسم المشترك الاعظم المبحوث عنه لا يمكن أن يتجاوز أصغر العددين ٢١ لانه يقسمه وحيث أن القاسم عدد ٢١ العدد ٥٦ كان هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب فنقسم إذن ٥٦ على ٢١ فنرى أن خارج القسمة ٢ والباقي ١٤ وبذلك لا يكون ٢١ هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب غير أن نقول ان القاسم المشترك الاعظم المطلوب هو عين القاسم المشترك الاعظم بين العددين ٢١ و ١٤ وبيان ذلك نبرهن على أن هذين القاسمين المشتركين الأعظمين لا يمكن أن يكون أحدهما أكبر من الآخر والوصول الى ذلك نقول من المعلوم أن

$$٥٦ = ٢ \times ٢١ + ١٤$$

فالقاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ٥٦ يقسم ضرورة ٢×٢١ (٨٠ نتيجة) وحيث أنه فيقسم ١٤ (٨١ نتيجة) ولا يمكن أن يكون أكبر من القاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ١٤ كما لا يخفى وكذلك حيث ان القاسم المشترك الاعظم بين ٢١ و ١٤ يقسم ٢×٢١ ضرورة فيقسم حيث يشاء المجموع ٥٦ ولا يمكن أن يكون أيضاً أكبر من القاسم المشترك الاعظم

بين ٥٦ و ٢١ وحيث قد ثبت أولاً أن القاسم المشترك الأعظم بين ٥٦ و ٢١ ليس أكبر من القاسم المشترك الأعظم بين ٢١ و ١٤. وثانياً أن القاسم المشترك الأعظم بين ٢١ و ١٤ ليس أكبر من القاسم المشترك الأعظم بين ٥٦ و ٢١ فيكون إذن متساويين. وحيث فقد آل الأمر إلى البحث عن القاسم المشترك الأعظم بين ١٤ و ٢١ وبإجراء أعمال مشابهة للسابقة يعلم أن خارج قسمه ٢١ على ١٤ هو ١ والباقي هو ٧ وبإعادة البراهين السابقة نرى أن القاسم المشترك الأعظم بين ١٤ و ٢١ هو عين القاسم المشترك الأعظم بين ١٤ و ٧ وحيث أن عدد ٧ يقسم ١٤ بدون باق فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب ويوضع العمل هكذا

٢	١	٢	
٧	١٤	٢١	٥٦
	١٤	١٤	٤٢
	٠٠	٠٧	١٤

ومما كرتنتج هذه القاعدة العامة

(١٠٧) لايجاد القاسم المشترك الأعظم بين عددين نقسم أكبرهما على الأصغر فان قسمه بدون باق كان هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب والا فنقسم الأصغر على الباقي الأول فان قسمه بدون باق كان الباقي الأول هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب والا فنقسم الباقي الأول على الباقي الثاني والثاني على الثالث وهكذا حتى نصل إلى باق يقسم الباقي المتقدم عليه فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب

(١٠٨) تبين أن الأول أن عملية القاسم المشترك الأعظم تنتهي دائماً وذلك لأن البواقي التي تتوالى فيها تأخذ دائماً في التناقص ويمكن أن يكون الباقي الأخير واحداً وفي هذه الحالة يكون العددان المقروضان أوليين معاً لأن قاسمهما المشترك الأعظم أو قاسمهما الوحيد هو الوحدة وهذا ناتج بملاحظة ١٠٤

التبينة الثاني إذا توصلنا في أثناء إجراء العملية إلى باقين متوالين أوليين معاً فلا يكون هناك فائدة في إتمام العملية للتحقق من أن الباقي الأخير فيها لا يتوالى أن يكون هو الوحدة وكذا لو توصلنا إلى باق أولى وكان لا يقسم الباقي المتقدم عليه أما إذا قسمه فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب

(١١٢) كل عدد يقسم حاصل ضرب عاملين وكان أوليما مع أحدهما فإنه لابد أن يقسم العامل الثاني فإذا قسم عدد ٨ الحاصل ١٥×٢٤ وكان أوليما مع أحد المضروبين ١٥ فإنه لابد أن يقسم المضروب الثاني ٢٤

وذلك لأنه حيث كان العددان ٨ و ١٥ أوليين معا فيكون قاسمهما المشترك الأعظم هو الواحد ثم إذا ضرب العددان ٨ و ١٥ في ٢٤ فإن قاسمهما المشترك الأعظم يضرب في ٢٤ أيضا (١١٠) وحيث أن عدد ٨ يقسم ١٥×٢٤ فرضا ويقسم ٨×٢٤ لأنه أحد مضاربيه فيقسم قاسمهما المشترك الأعظم ٢٤ (١٠٩)

(١١٣) كل عدد يقبل القسمة على جلة أعداد أولية معا كل على انفراده فإنه يقبل القسمة على حاصل ضربها

فإذا كان عدد ٤٢٠ يقبل القسمة على كل واحد من الأعداد الأولية معا ٣ و ٥ و ٧ كل على انفراده فإنه يقبل القسمة على حاصل ضربها $٦٠ = ٥ \times ٤ \times ٣$

وذلك لأنه إذا قسم عدد ٤٢٠ على ٣ فنحصل $٤٢٠ \div ٣ = ١٤٠$ وحيث كان عدد ٤ يقسم الحاصل ٤٢٠ أو ١٤٠×٣ فرضا وكان أوليما مع أحد المضروبين ٣ فرضا أيضا فإنه يقسم المضروب الثاني ١٤٠ (١١٢) ويقسمه عليه يحدث $١٤٠ \div ٤ = ٣٥$ وحيث أيضا أن عدد ٥ يقسم الحاصل ٤٢٠ أو ١٤٠×٣ فرضا وكان أوليما مع أحد المضروبين ٣ فإنه لابد أن يقسم المضروب الثاني ١٤٠ أو ٣٥×٤ وحيث أنه أولى مع أحد المضروبين ٤ فإنه لابد أن يقسم المضروب الثاني ٣٥ ويقسمه يحدث $٣٥ \div ٥ = ٧$ وحيث أن يكون

$$٤٢٠ = ١٤٠ \times ٣ = ١٤٠ \div ٤ = ٣٥ \div ٥ = ٧ \times ٥$$

$$٦٠ = ٥ \times ٤ \times ٣$$

وبذلك يكون عدد ٤٢٠ قابلا للقسمة على الحاصل $٦٠ = ٥ \times ٤ \times ٣$ وهو المطلوب

(١١٤) نتيجة وينتج من هذه الخاصية أن كل عدد يقبل القسمة على ٢ و ٣ يقبل القسمة على ٦

وبذا قد ثبت أيضا ما سبق البرهنة عليه بنمرة (٩٠) وكذا كل عدد يقبل القسمة على ٣ و ٧ يقبل القسمة على ٢١ وهكذا

(في البحث عن القاسم المشترك الأعظم بين جلة أعداد)

(١١٥) يمكن أن نستنتج مما ذكر طريقة إيجاد القاسم المشترك الأعظم بين جلة أعداد مفروضة فإذا أريد إيجاد القاسم المشترك الأعظم بين الأعداد ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ نبحث أولاً عن القاسم المشترك الأعظم بين العددين ٦٠ و ٤٨ فترى أنه ١٢ ثم نبحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عدد ١٢ والعدد الثالث ٣٠ فترى أنه ٦ ثم نبحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عدد ٦ والعدد الرابع ١٥ فترى أنه ٣ فنقول إن القاسم المشترك الأعظم الأخير هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب بين الأعداد المفروضة

وللبرهنة على ذلك نقول إن القاسم المشترك الأعظم بين الأعداد المفروضة ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ يجب أن يقسم ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ فحينئذ فيقسم ضرورة قاسمهما المشترك الأعظم ١٢ (١٠٩) وحيث أنه يقسم ٣٠ فيقسم قاسمهما المشترك الأعظم ٦ وحيث أنه يقسم ١٥ أيضاً فيقسم قاسمهما المشترك الأعظم ٣ ولا يمكن أن يتجاوز عدد ٣ لأنه يقسمه فإذا برهننا الآن على أن عدد ٣ يقسم كل واحد من الأعداد المفروضة فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب ولذلك نقول حيث إن عدد ٣ هو القاسم المشترك الأعظم بين ١٥ و ٦ فيقسم ٣٠ و ٤٨ مضاعفات عدد ٦ لأن عدد ٦ هو القاسم المشترك الأعظم بينهما وحيث أنه يقسم عدد ١٢ فيقسم مضاعفاته ٤٨ و ٦٠ واذن فيقسم الأعداد الأربعة معا وهي ٦٠ و ٤٨ و ٣٠ و ١٥ فيكون هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب وهو المراد

ومما ذكر تستنتج هذه القاعدة العامة

(١١٦) لإيجاد القاسم المشترك الأعظم بين جلة أعداد نبحث عن القاسم المشترك الأعظم بين عددين منهم ثم نبحث بعد ذلك عن القاسم المشترك الأعظم بين هذا القاسم المشترك الأعظم وبين العدد الثالث ثم نبحث أيضاً عن القاسم المشترك الأعظم بين القاسم المشترك الأعظم الثاني وبين العدد الرابع وهكذا ويكون القاسم المشترك الأعظم الأخير هو القاسم المشترك الأعظم المطلوب

(١١٧) تنبيه يتدرب في الأعمال استعمال الطريقة المذكورة في إيجاد القاسم المشترك الأعظم بين جلة أعداد مفروضة وذلك لوجود طريقة أخرى أسهل من هذه وأسرع بأقوال الكلام عليها فربما غمرة (١٣٩)

الفصل الرابع

(في المضاعف المشترك الأصغر)

(١١٨) المضاعف المشترك لجملة أعداد هو العدد الذي يقبل القسمة على كل واحد منها

فعدد ٧٠ يقال له مضاعف مشترك بين الأعداد ٥ و ٧ و ٣٥

(١١٩) إذا وجد جملة مضاعفات مشتركة لأعداد مفروضة فإنه يقال لأصغر هذه المضاعفات

المضاعف المشترك الأصغر لها

فإذا كان كل واحد من الأعداد ٣٥ و ١٤ و ٧ مضاعفا مشتركا بين الأعداد ٥ و ٧ و ١٤

فإنه يقال لعدد ٧٠ منها أنه هو المضاعف المشترك الأصغر لها

(في البحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين عددين)

(١٢٠) لايجاد المضاعف الأصغر المشترك بين عددين مفروضين يبحث عن قاسمهما المشترك

الاعظم ويقسم أحد العددين المفروضين عليه ثم يضرب خارج القسمة الناتج في العدد الثاني

فإذا فرض أن المطلوب إيجاد المضاعف الأصغر المشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ يقسم

أحدهما ٢١٠ مثلاً على القاسم الاعظم المشترك بينهما ٦ ويضرب خارج القسمة ٣٥

في العدد الثاني ٥٤ فيحدث ١٨٩٠

وذلك لأنه إذا قسم كل واحد من العددين المفروضين ٢١٠ و ٥٤ على قاسمهما المشترك الاعظم

٦ كان خارج القسمة الناتجان أوليين معا (١١١) ويحدث هاتان المتساويتان

$$٢١٠ \div ٦ = ٣٥ \quad و \quad ٥٤ \div ٦ = ٩$$

ثم نقول أولاً حيث أن كل مضاعف مشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ أوليين الحاصلين

٢١٠×٩ و ٥٤×٣٥ يجب أن يكون قابلاً للقسمة ضرورة على ٦ وأن خارج قسمته على ٦

يجب أن يكون قابلاً للقسمة على كل من العددين الأوليين معا ٣٥ و ٩ كل على حدة فبناءً

على ما تقر بمر (١١٣) يكون خارج القسمة المذكور قابلاً للقسمة على حاصل ضربيهما أي

على ٣٥×٩ أعني يكون مضاعفاً لهذا الحاصل وأذن فكل مضاعف مشترك بين العددين

$$٢١٠ و ٥٤ يكون مضاعفاً أيضاً للحاصل $٣٥ \times ٩ \times ٦$$$

وثانياً حيث أن كل مضاعف للحاصل $٣٥ \times ٩ \times ٦$ يقبل القسمة ضرورة على كل واحد

من الحاصلين ٣٥×٦ أو ٢١٠ و ٩×٦ أو ٥٤ أعني أنه يكون مضاعفاً مشتركاً بينهما

كانت مضاعفات الحاصل $٦ \times ٣٥ \times ٩$ هي مضاعفات مشتركة بين العددين ٢١٠ و ٥٤
 وحيث أن الحاصل $٦ \times ٣٥ \times ٩$ هو أصغر مضاعف لنفسه فيكون إذن هو أصغر مضاعف
 مشترك بين العددين ٢١٠ و ٥٤ غير أن الحاصل $٦ \times ٣٥ \times ٩ = ١٩٠$ أو $٥٤ = ٣٥ \times$
 وأذن فقد ثبت المطلوب

(١٢١) نتيجة وعماد كريتي أن كل مضاعف مشترك بين عددين يكون مضاعفا أيضا
 للمضاعف الأصغر المشترك بينهما

(في البحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين جملة أعداد)

(١٢٢) لايجاد المضاعف المشترك الأصغر بين جملة أعداد نبحث عن المضاعف المشترك
 الأصغر بين عددين منها ثم نبحث عن المضاعف المشترك الأصغر بين هذا المضاعف المشترك
 الأصغر والعدد الثالث وهكذا ويكون المضاعف المشترك الأصغر الأخير هو المضاعف المشترك
 الأصغر المطلوب

فإذا أردنا إيجاد المضاعف المشترك الأصغر بين الأعداد ٢٦٠ و ٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤ نقول
 إذا اتبعنا ما ذكرناه بالقاعدة توصلنا إلى المضاعف المشترك الأصغر المطلوب وهو ٧٥٢٠
 ولبرهنة على ذلك نقول

أولا - حيث أن العدد المبحوث عنه لما كان مضاعفا مشتركا للعددين ٢٦٠ و ٢١٦
 فيكون مضاعفا أيضا للمضاعف المشترك الأصغر بين العددين المذكورين وهو ٢١٦×٥
 وأذن فهو مضاعف للأعداد الثلاثة ٥×٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤

ثانيا - أن كل مضاعف مشترك لهذه الأعداد الثلاثة يجب أن يكون مضاعفا للأعداد
 الأربعة المفروضة حيث أن العددين ٢٦٠ و ٢١٦ هما عاملان من عوامل الحاصل ٢١٦×٥
 لأن $٢١٦ \times ٥ = ٢ \times ٧٢ \times ٥ = ٢ \times ٣٦٠$

وأذن فيكون المضاعفات المشتركة للأعداد ٢٦٠ و ٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤ هي عين المضاعفات
 المشتركة للأعداد ٥×٢١٦ و ١٢٦ و ٥٤ ويكون المضاعف المشترك الأصغر للأعداد
 الأول هو عين المضاعف المشترك الأصغر للأعداد الأخر

غير أن المضاعف المشترك الأصغر للعددين ٥×٢١٦ و ١٢٦ هو $٧ \times ٢١٦ \times ٥$ فإذا
 أعدنا البراهين المتقدمة توصلنا إلى أن المضاعف المشترك الأصغر للأعداد المفروضة يكون
 مساويا للمضاعف المشترك الأصغر للعددين $٥ \times ٧ \times ٢١٦$

ولما كان المضاعف المشترك الأصغر العددين $٧ \times ٢١٦ \times ٥$ و ٥٤٩ هو $٧ \times ٢١٦ \times ٥$
 $= ٧٥٦$ فيكون هو المضاعف المشترك الأصغر المطلوب

(١٢٣) ومن ذلك ينتج

أولاً - ان كل مضاعف مشترك بين جلة أعداد يكون مضاعفاً لمضاعفها المشترك الأصغر
ثانياً - اذا وجدت جلة أعداد أولية مع بعضها فان مضاعفها المشترك الأصغر يكون مساوياً
لحاصل ضربها في بعضها

وهذا أمر ضروري لأن قاسمهما المشترك الأصغر هو الواحد وحينئذ فالمضاعف المشترك الأصغر للأعداد ١٦ و ٩ و ٧ الأولية معاً يكون مساوياً إلى $16 \times 9 \times 7 = 1008$

الفصل الخامس

(في خواص الاعداد الاولية)

(١٢٤) كل عدد غير أولي لابد وأن يكون له بالاقبل عامل واحد أولي

وذلك لأنه لما كان العدد المقروض غير أولي فلا بد وأن يكون ناتجاً من ضرب عددين في بعضهم
ثم إذا كان أحد هذين العددين أولياً فقد ثبت المطلوب والافيكون كلاهما ناتجاً من ضرب
عددين في بعضهم ثم إذا كان أحد هذه الأعداد أولياً ثبت المطلوب والافكل واخدمنا ناتج
من ضرب عددين في بعضهم وهكذا ولما كانت الأعداد المذكورة صحيحة وأخذة في التناقص
ضرورة شياً فسياً فلا بد وأن يوجد بينهما أول وعامل واحد يكون أولياً وحيث أن هذا العامل هو كما
لا يخفى أحد عوامل العدد المقروض فلذا قد ثبت المطلوب

مثال عدد 195
 $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 2 \times 2 \times 7 = 8 \times 7 = 195$
 $1 \times 5 \times 5 \times 7$

ومن ذلك نتيج

أولاً - حيث أنه يمكن إعادة البراهين المتقدمة على عوامل الحاصل التي لم تكن أولية أمكن أن يقال ان كل عدد غير أولي يساوي حاصل ضرب عدة أعداد أولية في بعضها

فعدد ١٩٢ المذكور في مثال النمرة المتقدمة يساوي

$$x_2 \times x_2 \times x_2 \times x_2 \times x_2 = 0 \times x_2 \times x_2$$

ثانياً - ان كل عددين غير أوليين معا لابد وأن يكون لهما بالاقبل عامل واحد أو لى مشترك بينهما لان لما كان العددين المقروضان غير أوليين معا فيكون قاسمهما المشترك الاعظم غير الواحد فإذا كان هذا القاسم عدداً أولياً ثبت المطلوب والافهم مساو لحاصل ضرب عدة مضارب أولية وهو المراد

فالعددان ٦٠ و ٤٨ قاسمهما المشترك الاعظم هو ١٢ وهو مساو الى $2 \times 2 \times 3$ فكل عامل من هذه مشترك بين العددين ٦٠ و ٤٨

(١٢٦) في انشاء جدول الاعداد الأولية - لتكوين جدول الاعداد الأولية الى حدمعين تكتب الاعداد المتوالية من ابتداء الواحد الى ذلك الحد المعين ١٠٠ أو ١٠٠٠ مثلاً ثم يضرب بالقلم على كل واحد من مضاعفات الاعداد الأولية ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ وهكذا لكنه لاجل الاختصار يلاحظ عند كتابة الاعداد المتوالية أن لا يوضع منها الألفردية فقط لان جميع الاعداد الزوجية تقبل القسمة على ٢ هكذا

١ و ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩ و ٢٣ و ٢٩ و ٣١ و ٣٧ و ٤١ و ٤٣ و ٤٧ و ٤٩ و ٥٣ و ٥٩ و ٦١ و ٦٧ و ٧١ و ٧٣ و ٧٩ و ٨٣ و ٨٩ و ٩٧ و ٩٩

ثم نقول حيث ان كل واحد من هذه الاعداد يزيد عن سابقه ٢ فاذا عددنا هذه الاعداد ثلاثة ثلاثة بعد عدد ٣ فان كل عدد نقف عليه يكون مضاعفا لعدد ٣ فنضرب عليه بالقلم ومالم نقف عليه لم يكن كذلك وكذا لو عددنا تلك الاعداد خمسة خمسة بعد رقم ٥ وسبعة سبعة بعد رقم ٧ وهكذا فان كل عدد نقف عليه لا يكون من الاعداد الأولية فنضرب عليه بالقلم أيضاً ومثل ذلك نجري العمل للاعداد الأولية ١١ و ١٣ و ١٧ وهكذا

(١٢٧) تنبيه - ربما خوهم التأمل لهذا الجدول أن نألى الاعداد الأولية منتمة لى اراء من أن عدد هائل من الأشياء كما تقدمنا في الاعداد حيث ان العشرة السابعة لا تشتمل الاعلى ثلاثة من الاعداد الأولية والعشرة الثامنة لا تشتمل منها الاعلى اثنين والعشرة التاسعة لا تشتمل منها الاعلى واحد ولما كان الامر بخلاف ذلك لم يدفع هذا الوهم أن نذكر الخاصية الآتية

(١٢٨) نألى الاعداد الأولية غير منتمة

والبرهنة على ذلك يكفى أن نبرهن على أن كل عدداً أولى يفرض اختيارياً لابد وأن يوجد له عدد آخر أولى أكبر منه ولذلك نقول

لتفرض أن عدد ٢٣ هو العدد الاول الاختياري المفروض فإذا ضربنا على التوالي جميع الاعداد الاولى في بعضها من ابتداء عدد ٢ لغاية عدد ٢٣ المذكور وأضفنا واحدا الى الناتج تحصل $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20 \times 21 \times 22 + 1$ وهو عدد لا يقبل القسمة على أى واحد من المضارب المذكورة لان باقى قسمته على كل منها هو الوحدة ثم اذا كان هذا الحاصل أوليا فيكون ضرورة أكبر من ٢٣ وبذلك يثبت المطلوب والا فلا بد وأن يكون له مضروب أولي (١٢٤) لا يمكن أن يكون واحدا من المضارب السابقة فيكون انما أكبر من ٢٣ وهو المراد

(١٢٩) يؤخذ عمداً طريقة لمعرفة ما اذا كان أى عدد مفروض أوليا أو غير أولي وهى أن نجرب قسمته على التوالي على جميع الاعداد الاولى ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩ و ٢٣ الخ ثم نوقف استقرار تلك التجربة متى توصلنا فى أى عملية تجربة الى خارج قسمه يكون اما مساويا أو أصغر من المقسوم عليه الجارى عليه التجربة فان لم يكن أحد بقاى عمليات القسمة المذكورة صفرا كان العدد المذكور أوليا

وذلك لانه لو قيل بإمكان قابلية قسمة العدد المفروض على عدداً أكبر من المقسوم عليه الاخير فإنه لابد وأن يقبل ضرورة القسمة على خارج قسمته عليه الذى يكون ضرورة أصغر من خارج قسمة العدد المفروض على المقسوم عليه الاخير مع أنه قد علم عدم إمكان ذلك فلذا لا يمكن أن يقبل العدد المفروض القسمة على أى عدداً أكبر من المقسوم عليه الاخير وان كان أوليا

فإذا أريد مثلاً اختيار ما اذا كان عدد ٩٧ أوليا أو غير أولي قسمناه على الاعداد الاولى ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ وهكذا على التوالي وحيث أولاه قد نتحصل باق لكل واحدة من تلك العمليات وثانياً انه عند اجراء عملية القسمة الاخيرة التى كان فيها المقسوم عليه ١١ قد نتحصل فيها على الخارج ٨ الذى هو أقل من ١١ فلذا قد أخذنا وقفنا استمرار عمل التجربة وعلمنا أن العدد أولي لانه لو قيل بلزوم تجربة قسمته على ١٣ قلنا ان إمكان قابلية قسمة العدد المذكور على ١٣ يستدعى ضرورة قابلية القسمة على خارج قسمته عليه الذى يكون ضرورة أقل من ٨ وقد علم عدم إمكان ذلك (١٣٠) كل عدداً أولي يقسم حاصل ضرب عدة عوامل فإنه يقسم أحد هاعلى الأقل

أولاً - نفرض أن الحاصل مؤلف من حاصلين فقط

فإذا قسم عدد ٣ الحاصل 8×10 لزم أن يقسم أحد العاملين ٨ أو ١٥ لانه اذا لم يقسم أحدهما ٨ مثلاً كان ضرورة أوليا معه وحيث انه يقسم الحاصل 8×10 فيقسم العامل

١٥ ضرورة (١١٤)

ثانيا - نفرض أن الحاصل مؤلف من جملة عوامل

فإذا قسم عدد ٧ الحاصل $28 \times 10 \times 19 \times 22$ فإنه لا بد وأن يقسم أحد عوامله وذلك لأنه إذا لم يقسم العامل ٢٢ فيكون أوليا معه وحيث أن حاصل الضرب المعلوم يمكن اعتباره كأنه ناتج من ضرب ٢٢ في $28 \times 10 \times 19$ لزم أن يقسم العدد ٧ الحاصل $28 \times 10 \times 19$

ثم إذا كان عدد ٧ أوليا مع العامل ١٩ فلا بد وأن يقسم الحاصل 28×10 وإذا لم يقسم المضروب ١٥ فإنه لا بد وأن يقسم العامل ٢٨ وهو المراد

(١٣١) ومما ذكره ينتج

أولا - إذا قسم عدد أولى قوة أي عدد فإنه يقسم هذا العدد

فإذا قسم عدد ٣ القوة 3^2 لزم أن يقسم العدد ٦ لأنه لما كان $6 = 2 \times 3$ وكان عدد ٣ يقسم الحاصل 3^2 فإنه يقسم ضرورة أحد العوامل وهو ٦

ثانيا - القوى المختلفة لأي عددين أوليين معاً تكون أولية معاً أيضاً

فإذا كان العددين ٥ و ٧ أوليين معاً تكون قواهما 5^2 و 7^2 مثلاً كذلك لأنه إن لم يكن الأمر كذلك ووجد عدد مثل ٣ مثلاً يقسم 5^2 و 7^2 فإنه لا بد وأن يقسم كلا من ٥ و ٧ وهو مغاير للفرض

(١٣٢) يقال للعدد أنه محلل إلى مضاربه الأولية متى تحصلنا على نواتي الأعداد الأولية التي يكون حاصل ضربها مساوياً للعدد المفروض

ومن المعلوم أن إذا تحصلنا عند تحليل عدد إلى مضاربه الأولية على عامل مكرر مرتين أو عدة مرات فإننا لا نكتبه إلا مرة واحدة ونضع فوقه أساً مساوياً لعدد مرات تكراره كأن تقدم ذلك في الضرب

وعلى هذا يكون عدد $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3$

(١٣٣) لا يمكن تحليل أي عدد إلى مضاربه الأولية إلا بطريقة واحدة

فإن قبل بإمكان تحليل عدداً مثل ٨٤٠ إلى مضاربه الأولية بطريقتين بمعنى أنه يحصل من الطريقة الأولى مضارب أولية غير التي تحصل من الطريقة الثانية هكذا

من الطريقة الأولى $840 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$

من الطريقة الثانية $840 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2$ وتقول

أولاً - ان هذين الحاصلين يجب أن يشتمل كل منهما على عين المضارب الأولية التي يشتمل عليها الثاني وذلك لأنه لما كان المتساويتان السابقتان يدلان على شيء واحد تحصل

$$(١) \quad ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٥ \times ٧ = ١ \times ١ \times ١ \times ١ \times ١ \times ٢ \times ٣ \times ٥ \times ٧$$

وحيث ان الطرف الاول من هذا المتساوية يقبل القسمة على ٢ فيكون الطرف الثاني كذلك لكنه حيث كان عدد ٢ أولياً فيقسم أحد عوامل هذا الحاصل وليكن ١ مثلاً ولما كان ١ أولياً أيضاً فلا يتأق له أن يقبل القسمة على ٢ الا اذا كان مساوياً له واذن يكون $٢ = ١$ ومثل ما ذكر يبرهن على أن $٣ = ٢$ و $٤ = ٣$ و $٥ = ٤$ وعلى أن كل واحد من العاملين هـ و و مساو للوحدة .

ثانياً - ان العامل الواحد لا يدخل في خاصية الضرب الا بعقدار واحد من المرات بمعنى أنه حيث ان عدد ٢ يدخل ثلاث مرات في الحاصل الاول فلا يدخل في الثاني الا ثلاث مرات أيضاً

فلو قيل بخلاف ذلك بان دخل العامل ٢ في الحاصل الثاني مرات أزيد من مرات دخوله في الحاصل الاول نقول انالوقسمنا طرفي المتساوية (١) على العامل ٢ ثلاث مرات متوالية الت متساوية المذكورة الى

$$١ \times ٢ \times ٣ \times ٥ \times ٧ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٥ \times ٧$$

ويرى في هذه المتساوية أن طرفها الثاني يقبل القسمة على ٢ دون طرفها الاول وهو مستحيل (١٣٤) اذا تقرر ما ذكر وجب أن نتكلم على كيفية تحليل أي عدد الى مضاربيه الأولية فنقول يكفي لتحليل أي عدد الى عوامله الأولية أن يقسم على التوالي على جميع الاعداد الأولية التي تقسمه ونجربى تلك العملية على كل منها مرة أو عدة مرات حتى لا يتأق القسمة عليه

فاذا أريد مثلاً تحليل العدد ٦٩٣٠ الى عوامله الأولية وضع العمل هكذا

٢	٦٩٣٠
٣	٣٤٦٥
٣	١١٥٥
٥	٢٨٥
٧	٧٧
١١	١١
	١

ونقول حيث أن هذا العدد زوجي فيقبل القسمة على ٢ وخارج القسمة هو ٣٤٦٥ وهو لا يقبل القسمة على ٢ وانما يقبل القسمة على ٣ وخارج القسمة هو ١١٥٥ يقبل القسمة على ٣ أيضا وخارج قسمته على ٣ هو ٣٨٥ وهو لا يقبل القسمة على ٣ وانما يقبل القسمة على ٥ وخارج القسمة هو ٧٧ لا يقبل القسمة على ٥ وانما يقبل القسمة على ٧ وخارج قسمته على ٧ هو ٧ وهو عدد أولي لا يقبل القسمة الا على نفسه وبذلك قد تم تحليل العدد المعاد الى عوامله الاولى ويكون

$$11 \times 7 \times 5 \times 3 \times 2 = 2310$$

(١٣٥) تنبيه - مهما كانت الطريقة التي تتبع في التحليل أى سواء ابتداء بالقسمة العدد المفروض على ٢ أو على ٥ أو على غيرهما من عوامله الاولى فإنه لا يمكن أن يتوصل من عملية التحليل الى غير الناتج السابق حيث انه لا يمكن تحليل أى عدد الى عوامله الاولى الا بطريقة واحدة

(في البحث عن قواسم أى عدد)

(١٣٦) يجب ويمكن لا مكان قابلية عدد القسمة على عدد آخر أن يشتمل على جميع العوامل الاولى الموجودة في المقسوم عليه بأس مساو بالاقل لاسها فيه

وللبرهنة على ذلك يجب أن نين أمرين أحدهما وجوب هذا الشرط وثانيهما كفايته

الاول - أن هذا الشرط واجب لانما كان المقسوم مساويا حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة فيحتوى إذن على جميع العوامل الاولى المشتركة بين المقسوم عليه وخارج القسمة بأس مساو لمجموع أسسها فيهما (٧٨) والتي لم تكن مشتركة بينهما تكون موجودة فيه كما هي فيهما وحينئذ فيشتمل المقسوم على جميع العوامل الاولى الموجودة في المقسوم عليه بأس اما مساو لاسها فيه أو أكبر منه

الثاني - أن هذا الشرط كافى لانه بوجود الشرط المذكور يمكن دائما تكيف مضارب المقسوم بحيث يتركب منها عاملا يكون أحدهما المقسوم عليه

وبناء على ما ذكر يكون عدد $11 \times 7 \times 5 \times 3 \times 2$ قابلا للقسمة على $7 \times 3 \times 5$ وذلك لانه يمكن وضع المقسوم على هذه الصورة

$$(11 \times 7 \times 2) \times (7 \times 3 \times 5) = 11 \times 7 \times 3 \times 5$$

ثانياً - ان عدد هذه القواسم فهو مساو لعدد المتحصل من ضرب أعداد السطور الثلاثة غير أن كل سطر منها مشتمل على قواسم بقدر وحدات أس العامل المعبرزاً واحداً حيث يوجد في السطر الاول قواسم عددها ٣ + ١ أو ٤ ويوجد في الثاني ٢ + ١ أو ٣ ويوجد في الثالث ٢ + ١ أو ٣ وحينئذاً ضرب كل قاسم من قواسم السطر الاول في كل قاسم من قواسم الثاني يتحصل قواسم عددها مساو $(١ + ٢) \times (١ + ٢)$ أو مساو الى ٣×٤ وبضرب جميع قواسم هذا الناتج في قواسم الصف الثالث يتحصل قواسم عددها مساو الى $(١ + ٢) \times (١ + ٢) \times (١ + ٢)$ أو الى $٣ \times ٣ \times ٤ = ٣٦$

وعلى العموم يكون عدد قواسم أي عدد مساو بالحاصل ضرب أسس عوامله الاولى في بعضها بزيادة واحد لكل منها

(١٣٨) تطبيقاً لما ذكر من القواعد نجد الآن عن القاسم المشترك الاعظم بين جلة أعداد محلة الى عواملها الاولى وعن المضاعف المشترك الاصغر لجلة أعداد كذلك

(١٣٩) لايجاد القاسم المشترك الاعظم بين جلة أعداد محلة الى عواملها الاولى يكفي ضرب جميع العوامل الاولى المشتركة بينها مأخوذة بأصغر أس لها

فالقاسم المشترك الاعظم بين الاعداد ١٨٩٠ و ١٩٨٠ و ١٢٦٠٠ المحلة الى عواملها الاولى هكذا

$$١٨٩٠ = ٢ \times ٣ \times ٥ \times ٧$$

$$١٩٨٠ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٥ \times ١١$$

$$١٢٦٠٠ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٥ \times ٧$$

$$٢ \times ٣ \times ٥$$

وذلك لانه لما كان العدد المطلوب يلزم أن يكون قاسماً مشتركاً بين الاعداد المفروضة فلا يمكن أن يشتمل الاعلى المضارب المشتركة بينها وحينئذ فلا يشتمل على عامل غير مشترك بينها أو على عامل مشترك بينها وكان مأخوذاً بأعظم أس له فكذا لما اشتمل على عوامل لم تكن موجودة في جميعها وبذا لا يكون قاسماً مشتركاً وغير ذلك حيث أنه لا يوجد قاسم مشترك بين الاعداد المفروضة مشتمل على عوامل أكثر منه فيكون هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب

(١٤٠) لايجاد المضاعف المشترك الاصغر لجملة أعداد مفروضة محللة الى عواملها الاولى
يكفى تحصيل حاصل ضرب جميع العوامل الاولى المختلفة الداخلة فيها مأخوذاً مشتركاً منها
بأعظم أس له وغير المشترك كما هو

فعلى هذا اذا أريد ايجاد المضاعف المشترك الاصغر للأعداد ٤٠ و ٦٠ و ١٢٦ المحللة الى
عواملها الاولى هكذا

$$٥ \times ٢ = ٤٠$$

$$٥ \times ٣ \times ٢ = ٦٠$$

$$٧ \times ٢ \times ٣ = ١٢٦$$

نقول انه بمقتضى ما ذكره القاعدة يكون المضاعف المشترك الاصغر مساوياً الى

$$٢٥٢٠ = ٧ \times ٥ \times ٢ \times ٢$$

وذلك لانه لما كان هذا العدد يقبل القسمة على كل واحد من الأعداد المفروضة (١٢٦)
فيكون مضاعفاً مشتركاً لها وغير ذلك حيث انه اذا حذف أى عامل من عوامله ٣ مثلاً بان صار
 $٧ \times ٥ \times ٢ \times ٢$ فان ذلك يستلزم أن لا يكون الناتج مضاعفاً مشتركاً للأعداد المفروضة
لانه وان كان مضاعفاً مشتركاً للعددين ٤٠ و ٦٠ لكنه ليس مضاعفاً للعدد ١٢٦ فيكون اذن
 $٢٥٢٠ = ٧ \times ٥ \times ٢ \times ٢$ هو المضاعف المشترك الاصغر المطلوب

(١٤١) تنبيه - اذا قسمنا المضاعف المشترك الاصغر لجملة أعداد على كل واحد منها
فان خوارج القسمة التى تنج تكون أوليتمع بعضها

لانه لو كان الامر بخلاف ذلك فان حذف المضارب المشتركة بينهما من المضاعف المشترك الاصغر
لا يمنع من قابليته القسمة على كل واحد من الأعداد المفروضة وبذلك لا يكون هو المضاعف
المشترك الاصغر

(تقسيمات)

(١) المطالب البرهنة على أن الفرقين أى عددين تركبان أرقام متحدة المقادير المطابقة يكون
قابلاً للقسمة على ٩

(٢) اذا تحصل من قسمة أى عددين على ثالث باقيا متساويان فإنه يطلب البرهنة على أن
الفرقين العددين المذكورين يقبل القسمة على هذا العدد الثالث

- (٣) المطلوب البرهنة على أن حاصل ضرب عددين متوالين يكون دائماً قابلاً للقسمة على ٢
- (٤) ماهي العلامة التي يعرف بها قابلية قسمة أي عدد على ٢٤
- (٥) اذا كان القاسم المشترك الأعظم بين عددين هو ١٢ وكانت خوارج القسمة المتحصلة عند اجراء العملية هي على هذا الترتيب ٢ و ٣ و ١ و ٥ والمطلوب معرفة العددين المذكورين
- (٦) ثلاث مراتكب بخارية تخرج من مينئ واحدة وتقصدا جهة واحدة غير أن الاولى تخرج كل أربعة أيام مرة واحدة والثانية تخرج كل ستة أيام مرة واحدة والثالثة تخرج كل تسعة أيام مرة واحدة وقد خرجوا معا والمطلوب معرفة المدة اللازمة لخروجهم معا مرة ثانية

الباب الثالث

(في الكسور الاعتيادية)

الفصل الاول

(في المبادئ)

(١٤٢) قد ذكرنا فيما تقدم (بمرة ٤) عند تعريف العدد أنه عند ما تكون الكمية المراد تقديرها أقل من الوحدة سميت النتيجة كسرا

لكنه لتقدير مثل ذلك الكميات تستعمل وحدات صغيرة بواسطة قسمة الوحدات الأصلية الى جلة أجزاء متساوية تسمى بالاجزاء المتداخلة واجتماع جلة من هذه الاجزاء المتساوية أو أحدها يسمى كسرا

(١٤٣) فإذا قسمت الوحدة الى عشرة أجزاء متساوية أو الى مائة جزء متساوية أو الى ألف جزء متساوية بمعنى أنه إذا قسمت الوحدة الى عشرة أجزاء متساوية ثم قسم كل جزء منها الى عشرة أجزاء أخرى متساوية وكل جزء من هذه الاجزاء الأخيرة الى عشرة أجزاء متساوية وهكذا سميت هذه الاجزاء المتداخلة بالكسور الاعشارية يأتي الكلام عليها في الباب الرابع ان شاء الله تعالى

(١٤٤) أما اذا لم يراع هذا القيد في تقسيم الوحدة بان قسمت الى أجزاء متساوية أي كان عددها سميت هذه الاجزاء بالكسور الاعتيادية فإذا قسم الواحد الى سبعة أقسام متساوية أو الى عشرين جزءا متساوية وأخذ من كل تقسيم منها جزء أو ثلاثة أجزاء أو خمسة أجزاء فإنه يقال لها سبع وجزء من عشرين جزءا وثلاثة أسباع وثلاثة أجزاء من عشرين جزءا وخمسة أسباع وخمسة أجزاء من عشرين جزءا

(١٤٥) وعلى العموم فالكسر هو جزء أو جلة أجزاء متساوية مأخوذة من أجزاء الواحد المنقسم الى عدة أجزاء متساوية

(١٤٦) ينتج من هذا التعريف أنه يحتاج دائما لاجل بيان الكسر الاعتيادي الى عددتين أحدهما يسمى المقام ويدل على عدد الاجزاء المتساوية التي انقسم اليها الواحد وثانيهما يسمى البسط ويدل على عدد الاجزاء المأخوذة من هذه الاجزاء وكل من المقام والبسط يسمى بحد الكسر

(١٤٧) لكاتبه أى كسر اعتيادى يوضع البسط فوق المقام ويفصلان بشرطة أفقية

أما عند النطق به فإنه يتلفظ أولاً بالبسط ثم بالمقام ويفصلان بلفظة من أو على فعلى هذا إذا أريد بيان الكسر الذى مقداره ثلاثة أجزاء من أحد عشر جزءاً أو الكسر الذى مقداره خمسة عشر جزءاً ما خزنه من ٣٢ جزءاً يوضعان هكذا $\frac{3}{11}$ و $\frac{10}{11}$ ويتلفظ بهما ثلاثة من أحد عشر وخمسة عشر من اثنين وثلاثين أو ثلاثة على أحد عشر وخمسة عشر على اثنين وثلاثين

(١٤٨) يستثنى من التسمية السابقة الكسور الآتية التى مقاماتها أعداد بسيطة مثل الكسور $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{6}{7}$ و $\frac{7}{8}$ و $\frac{8}{9}$ وهكذا فيقال لها على سبيل الترتيب نصف وثلاث وثلثا وربع وربعان وثلاثة أرباع وخمسان وثلاثة أخماس وأربعة أخماس وأربعة أسداس وخمسة أسباع وثلاثة أثمان وأربعة أثمان وهكذا

(١٤٩) الكسر الاعتيادى يمكن أن يكون أقل من الواحد أو مساوياً له أو أكبر منه وذلك على حسب ما يكون بسطه أقل من المقام أو مساوياً له أو أكبر منه مثل الكسور $\frac{5}{8}$ و $\frac{8}{8}$ و $\frac{11}{8}$ ولكنه يقال للكسر الأول من هذه الكسور الثلاثة كسراً حقيقياً وللثالث منها عدداً كسرياً لأنه أكبر من الواحد ويطلق أيضاً اسم العدد الكسرى على كل عدد من كبر من عدد صحيح وكسر مثل $\frac{3}{7} + ٤$ أو $\frac{3}{7} ٤$

(١٥٠) يحتاج الأمر غالباً لتحويل عدد صحيح إلى صورة كسرية مكافئة له من نوع معين مثل ما إذا أريد تحويل عدد ٣ إلى صورة كسرية من نوع الأسباع يقال حيث أن الواحد يعادل سبعة أسباع فعدد ٣ يعادل اثنى واحد وعشرين سبعة واذن يكون $\frac{21}{7} = ٣$

فالقاعدة العمومية لتحويل عدد صحيح إلى صورة كسرية مكافئة له من نوع معين بضرب المقام المعين فى العدد الصحيح المعالم ويجعل الحاصل بسطاً للمقام المعين

(١٥١) أما إذا أريد تحويل عدد كسرى أى من كبر من عدد صحيح ومن كسر إلى صورة كسرية مكافئة له فإنه يجب تحويل العدد الصحيح المصاحب للكسر إلى صورة كسرية مكافئة له من نوع مقام الكسر المذكور ثم يضم الناتج إلى الكسر المعالم فإذا أريد مثلاً تحويل العدد الكسرى $\frac{3}{7} + ٤$ إلى صورة كسرية فقط فيحول أولاً العدد ٤

الى أسباع فيحدث $\frac{٢٨}{٧}$ ثم يضم الى الكسر فيحدث $\frac{٣}{٧} + \frac{٢٨}{٧}$ ثم نقول من المعلوم أنه اذا ضم $\frac{٣}{٧}$ الى $\frac{٢٨}{٧}$ يكون الناتج مساويا $\frac{٣١}{٧}$ أى $\frac{٣+٢٨}{٧}$ أو $\frac{٣+٧ \times ٤}{٧}$ فالقاعدة العمومية لتحويل عدد صحيح وكسر الى صورة كسرية مكافئة له بضرب العدد الصحيح في مقام الكسر المصاحب له ويضم الى الحاصل بسط الكسر ويجعل المجموع بسطا مقام الكسر المفروض

(١٥٢) يطلب أحيانا استخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها عدد كسرى معاموم وفي هذه الحالة تجري ضرورة علمية تكون عكس العملية السابقة (بمرة ١٥١)

فانما أريد مثلا استخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها العدد الكسرى $\frac{٣١}{٧}$ يقال من المعلوم أن كل سبعة أسباع من العدد الكسرى المعلوم تعادل واحدا صحيحا (١٤٩) وحينئذ فيشتمل العدد الكسرى $\frac{٣١}{٧}$ على وحدات صحيحة بقدر احتوائه على سبعة أسباع وحيث أن مقدار اشتمال $\frac{٣١}{٧}$ على سبعة أسباع هو عين مقدار اشتمال ٣١ على ٧ لزم إذن لاستخراج الوحدات الصحيحة المطلوبة بقسمة ٣١ على ٧ وحيث إن خارج القسمة هو ٤ وبقي ثلاثة أسباع يكون

$$\frac{٣١}{٧} = ٤ + \frac{٣}{٧}$$

فالقاعدة العمومية لاستخراج الوحدات الصحيحة المشتمل عليها عدد كسرى معاموم يجب قسمة بسطه على مقامه فنخرج القسمة يدل على الوحدات الصحيحة المطلوبة

الفصل الثاني

(قواعد في الكسور)

(١٥٣) القاعدة الاولى - يعتبر الكسر الاعتيادى كانه خارج قسمة بسطه على مقامه فالكسر $\frac{٥}{٨}$ مثلا يعتبر كانه خارج قسمة عدد ٥ على عدد ٨ وأنه من خمسة آحاد

وبين ذلك أنه لاجل قسمة ٥ على ٨ يمكن قسمة كل واحد من وحدات عدد ٥ على ٨ على التوالي وحيث إن من الواحد يعادل $\frac{١}{٨}$ كما يعلم ذلك من التعريف فيكون من خمسة آحاد يعادل خمسة أمثال الكسر $\frac{١}{٨}$ أو يعادل $\frac{٥}{٨}$

ويمكن التحقق من أنه اذا ضرب الكسر $\frac{٥}{٨}$ في المقسوم عليه ٨ يتحصل المقسوم ٥ وذلك لانه حيث يتأق من تكرار الثمن الواحد ثمان مرات واحد صحيح فيحصل إذن من تكرار الخمسة ثمان ثمان مرات خمس وحدات صحيحة ويكون $\frac{٥}{٨} \times ٨ = ٥$

(١٥٤) ينتج مما ذكر أنه يمكن في أى عملية قسمته ذات باق تكبيل مقدار خارج القسمة بكسر فإذا أريد مثلا قسمة ٢٩ على ٦ فان الجزء الصحيح من خارج القسمة هو ٤ غير أنه لقسمة باقى العملية ٥ على المقسوم عليه ٦ فانه يحصل على مقتضى القاعدة السابقة الكسر $\frac{٥}{٦}$ واذن يكون المقدار التام خارج قسمة ٢٩ على ٦ هو ٤ + $\frac{٥}{٦}$

فالقاعدة العمومية لتكبير مقدار خارج القسمة في أى عملية قسمته ذات باق أن يضم الى الجزء الصحيح من خارج القسمة كسر يكون بسطه باقى العملية ومقامه المقسوم عليه

(١٥٥) القاعدة الثانية - الكسران المتحدان المقام أكبرهما ما كان بسطه أكبر والكسران المتحدان البسط أكبرهما ما كان مقامه أصغر

فالكسران $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٣}{٧}$ أكبرهما هو $\frac{٥}{٧}$ والكسران $\frac{٨}{١١}$ و $\frac{٨}{١٣}$ أكبرهما هو $\frac{٨}{١١}$ والبرهنة على ذلك نقول

أولا - ان الاجزاء المتداخلة في الكسر من الاولين هي الاسباع وقد اشتمل أولهما على جزأين منها أكثر مما اشتمل عليه الكسر الثانى منها

ثانيا - ان الاجزاء المتداخلة في أحد الكسر من الثانين التى يدل كل واحد منها على جزء من أحد عشر جزءا من الواحد هي أكبر من الاجزاء المتداخلة في الكسر الثانى منها دلالة كل منها على جزء من ثلاثة عشر جزءا من الواحد وقد أخذ من كل منهما مقدارا واحدا من الاجزاء المتداخلة وهو ٨

وحينئذ فزيادة بسط الكسر تدل دائما على زيادة قيمة الكسر وزيادة مقامه على نقص قيمته واذن لتكبير الكسر يكبر بسطه وتصفيره يكبر مقامه

(١٥٦) القاعدة الثالثة - لجعل قيمة الكسر أكبر مما كانت عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات وهكذا يكفي ضرب بسطه فى ٢ أو فى ٣ أو فى ٤ وهكذا أو قسمة مقامه على ٢ أو على ٣ أو على ٤ وهكذا ان كانت عملية القسمة ممكنة

فإذا أريد تكبير قيمة الكسر $\frac{٥}{١٣}$ ثلاث مرات مثلا تحصل على مقتضى الحالة الاولى من القاعدة الثانية $\frac{١٥}{١٣}$ وعلى مقتضى الحالة الثانية منها $\frac{٥}{٤}$ والبرهنة على ذلك نقول

أولا - حيث ان الاجزاء المتداخلة في كل من الكسر المفروض $\frac{٥}{١٣}$ ومن الكسر الناتج

من الحالة الاولى $\frac{15}{13}$ من نوع واحد لالة كل منها على جزء من اثني عشر جزءاً من الواحد الصحيح وأن الأجزاء المشتمل عليها الكسر الثاني هي ثلاث مرات أكبر من الأجزاء المدلول عليها بالكسر الاول فيكون الكسر الثاني أكبر ضرورة من الكسر الاول بثلاث مرات

ثانياً - حيث أن مقام الكسر الثاني في الحالة الثانية أصغر من مقام الكسر الاول بثلاث مرات فيدل أن على أن الواحد قد انقسم إلى أجزاء متساوية أقل مما كان منقسماً إليها بثلاث مرات أعني أن كل جزء من الأجزاء الجديدة أكبر من كل جزء من الأجزاء الاولى بثلاث مرات وحيث أن عددا الأجزاء المأخوذ في الكسرين واحد فيكون الكسر الثاني $\frac{5}{4}$ أكبر من الكسر الاول $\frac{5}{13}$ بثلاث مرات

(١٥٧) القاعدة الرابعة - لجعل قيمة أي كسر أصغر مما كانت عليه بمرتين أو بثلاث مرات أو بأربع مرات وهكذا يكتفي ضرب مقامه في ٢ أو في ٣ أو في ٤ وهكذا أو قسمه بسطه على ٢ أو على ٣ أو على ٤ وهكذا إذ كانت عملية القسمة ممكنة فإذا أريد تصغير قيمة الكسر $\frac{12}{13}$ أربع مرات مثلاً نحصل من الحالة الاولى $\frac{12}{13}$ ونحصل من الثانية $\frac{3}{13}$ وللهذه على ذلك نقول

أولاً - حيث أن الكسر $\frac{12}{13}$ المتحصل من الحالة الاولى يدل أجزاءه المتداخلة فيه على أن الواحد قد انقسم إلى أجزاء أصغر من الأجزاء التي كان منقسماً إليها أولاً بأربع مرات وأن البسط في هذا الكسر وفي المقروض واحد فيكون الكسر $\frac{12}{13}$ أصغر من الكسر $\frac{12}{13}$ بأربع مرات

ثانياً - حيث أن الأجزاء المتداخلة في كل من الكسر المقروض $\frac{12}{13}$ ومن الكسر الناتج من الحالة الثانية $\frac{3}{13}$ من نوع واحد وأن عددا الأجزاء المشتمل عليها الكسر الثاني أصغر من عدد الأجزاء المشتمل عليها الكسر الاول بأربع مرات فيكون الكسر $\frac{3}{13}$ أصغر من الكسر $\frac{12}{13}$ بأربع مرات

(١٥٨) تنبيهه - من المعلوم أن ضرب أحد حدى الكسر في عدداً يمكن دائماً بخلاف القسمة فإنها غالباً لا تكون غير ممكنة وحيث أن القاعدة العمومية لجعل قيمة أي كسر أكبر أو أصغر مما هي عليه تكون بضرب بسطه أو مقامه وفي حالة إمكان إجراء عملية القسمة فالاولى إجراءها لما يتحصل منها من النواتج البسيطة

(١٥٩) القاعدة الخامسة - قيمة الكسر لا تتغير اذا ضرب أو قسم كل من خدي به على عدد واحد

وذلك أولا - بضرب بسط الكسر في عدداً فان قيمة هذا الكسر تكبر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المضروب فيه وأما بضرب المقام في العدد المذكور فان قيمة الكسر تصغر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المضروب فيه وبذلك ترجع قيمة الكسر الى الحالة الاصلية لها

ثانياً - اذا قسم بسط الكسر على عدداً فان قيمة الكسر تصغر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المقسوم عليه وأما بقسمة المقام على العدد المذكور فان قيمة الكسر تكبر عما كانت عليه مرات بقدر وحدات المقسوم عليه وبذلك ترجع قيمة الكسر الى حالتها الاصلية

(١٦٠) القاعدة السادسة - اذا أضيف عدد واحد لحدى كسر فان قيمته تزيد اذا كان الكسر أصغر من الواحد وتنقص اذا كان أكبر منه

والبرهنة على ذلك نقول

أولاً - اذا أضيف عدد اثنين الى حدى الكسر $\frac{5}{8}$ الذى هو أقل من الواحد بان صار $\frac{7}{8}$ فأقول ان هذا الكسر الثانى أكبر من الاول

وذلك لان الوفاة الكسر من المذكورين بالواحد الصحيح نرى أن الاول ينقص عنه بالمقدار $\frac{3}{8}$ والثانى ينقص عنه بالمقدار $\frac{3}{8}$ وحيث أن $\frac{3}{8}$ أكبر من $\frac{3}{8}$ (١٥٥) يكون الكسر $\frac{7}{8}$ أكبر من $\frac{5}{8}$ لزيادة قربه من الواحد عن الكسر المفروض

ثانياً - اذا ضم عدد ٣ مثلاً الى حدى الكسر $\frac{9}{8}$ الذى هو أكبر من الواحد بأن صار $\frac{12}{8}$ فأقول ان الكسر الثانى أصغر من الاول

وذلك لان الوفاة الكسر من المذكورين بالواحد الصحيح نرى أن الكسر الاول $\frac{9}{8}$ يزيد عنه بالمقدار $\frac{4}{8}$ وأن الكسر الثانى $\frac{12}{8}$ يزيد عنه بالمقدار $\frac{4}{8}$ وحيث أن الكسر $\frac{9}{8}$ أكبر من $\frac{4}{8}$ فيزيد الكسر $\frac{9}{8}$ على الواحد بمقدار أكبر مما يزيد الكسر $\frac{4}{8}$ عنه وأذن فيكون $\frac{9}{8}$ أكبر من $\frac{12}{8}$

* (١٦١) تنبيهه اذا أخذ العدد الذى يضم الى حدى الكسر في الزيادة شيئاً فشيئاً بحالة مستمرة الى غير نهاية فان قيمة الكسر تأخذ ما فى الزيادة شيئاً فشيئاً بحالة مستمرة الى غير نهاية

* اذا كان الكسر أقل من الواحد واما فى النقص شيئاً فشيئاً بحالة مستمرة الى غير نهاية اذا كان

* الكسراً كبير من الواحد وفي كلتي الحالتين يأخذ الكسر في القرب شيئاً فشيئاً من نهاية واحدة وهي الوحدة

* ولبرهنة على ذلك نقول

* أولاً - اذا ضمت الاعداد ٣ و ٤ و ٥ و ٦... الخ على التوالي الى حدى الكسر $\frac{5}{11}$

* الذى هو أقل من الواحد تحصلت الكسور $\frac{8}{10}$ و $\frac{9}{11}$ و $\frac{10}{12}$ و $\frac{11}{13}$ و...

* وهي تفرق عن الواحد بالكسور $\frac{7}{10}$ و $\frac{2}{11}$ و $\frac{2}{12}$ و $\frac{2}{13}$ و...

* وحيث ان قيم هذه الكسور الاخيرة آخذة في النقص شيئاً فشيئاً لان بسوطها واحدة ومقاماتها

* آخذة في الزيادة (١٥٥) فيأخذ الفرق اذن الكاثرين كل واحد من الكسور $\frac{8}{10}$ و $\frac{9}{11}$ و $\frac{10}{12}$

* و $\frac{11}{13}$ و... وبين الواحد في النقص شيئاً فشيئاً وحيث انه مع الاستمرار يمكن جعل هذا

* الفرق صغيراً جداً على قدر ما يراد أى أصغر من أى كمية مفروضة فيقال حينئذ ان نهاية

* ذلك الفرق هي الصفر وبناء عليه تكون نهاية الكسر المفروض هي الوحدة

* ثانياً - اذا ضمت الاعداد ٣ و ٤ و ٥ و ٦... الخ على التوالي الى حدى الكسر $\frac{12}{11}$

* الذى هو أكبر من الوحدة تحصلت الكسور $\frac{10}{8}$ و $\frac{11}{9}$ و $\frac{12}{10}$ و $\frac{13}{11}$ و...

* وهي تنقص عن الواحد بالكسور $\frac{7}{8}$ و $\frac{2}{9}$ و $\frac{2}{10}$ و $\frac{2}{11}$ و...

* وحيث ان قيم هذه الكسور آخذة في النقص شيئاً فشيئاً كما هو مشاهد لان بسوطها واحدة

* ومقاماتها آخذة في الزيادة (١٥٥) فتأخذ الزيادة اذن التى بين كل واحد من الكسور

* $\frac{10}{8}$ و $\frac{11}{9}$ و $\frac{12}{10}$ و $\frac{13}{11}$ و... وبين الواحد في النقص شيئاً فشيئاً وحيث انه مع

* الاستمرار يمكن جعل تلك الزيادة صغيرة جداً على قدر ما يراد أى أصغر من أى كمية مفروضة

* فيقال اذن ان نهاية تلك الزيادة هي الصفر وبناء عليه تكون نهاية الكسر المفروض هي

* الوحدة

(١٦٢) نتيجة - ينبغى مآذ كراهه اذا طرح عدد واحد من حدى كسر فان قيمته تنقص

اذا كان الكسر أصغر من الواحد وتزيد اذا كان أكبر منه

ولبرهنة على ذلك نقول

أولاً - اذا طرح عدد ٢ من حدى الكسر $\frac{5}{8}$ الذى هو أقل من الواحد بان صار $\frac{3}{8}$ صار

الكسر الثاني أصغر من الاول لانه يمكن اعتبار الكسر $\frac{5}{8}$ ناتجاً من ضم عدد ٢ الى حدى

الكسر $\frac{3}{8}$ الذى هو أقل من الواحد

ثانياً - اذا طرح عدد ٢ من حدى الكسر $\frac{١٢}{٩}$ الذى هو أكبر من الواحد بان صار $\frac{١}{٩}$ صار الكسر الثانى أكبر من الاول لانه يمكن اعتبار الكسر $\frac{١٢}{٩}$ ناتجاً من ضم عدد ٢ الى حدى الكسر $\frac{١}{٩}$ الذى هو أكبر من الواحد

الفصل الثالث

(في اختصار الكسور)

(١٦٣) اختصار الكسر هو تحويله الى كسر آخر يكافئه يكون حداه أبسط من حدى الكسر المفروض والقاعدة العمومية لذلك هي قسمة حديه على عدد واحد ان كان ذلك ممكناً اذ يتوصل بهذه الكيفية الى كسر مكافئ للاول (١٥٩) وحداه أبسط

فإذا قسم حد الكسر $\frac{٢٤}{٤٨}$ على ٢٤ تحصل الكسر $\frac{١}{٢}$ مكافئ للاول وأبسط منه

(١٦٤) تنبيه - عملية اختصار الكسور مفيدة جداً لانه كلما كان حد الكسر صغيراً كلما كان ادراكه أكثر

فالكسران $\frac{٩}{١١}$ و $\frac{١٦٦٣}{٦٠٣٣٨}$ وان كانا متكافئين غير أن ادراك قيمة الكسر الاول أقرب بكثير جداً من ادراك قيمة الثانى وزيادة على ذلك فان الاعمال التى تجرى على الكسور تكون أكثر بساطة كلما كانت حدودها صغيرة

(١٦٥) يقال للكسرين غير قابل للاختصار متى كان لا يمكن تحويله الى آخر مكافئ له يكون حداه أصغر من حدى الكسر المفروض على التناظر

(١٦٦) القاعدة الاولى - كل كسر غير قابل للاختصار يكون حداه أوليين معاً وذلك لانه اذا كان حد الكسر غير أوليين معاً لزم أن يكون لهما باقل قاسم مشترك بينهما غير الواحد وبقسمة حدى الكسر على هذا القاسم المشترك يتوصل الى كسر مكافئ له وحداه أبسط من حدى الكسر المفروض وبذلك يكون الكسر المفروض قابلاً للاختصار وهذا مغاير للقرض

(١٦٧) القاعدة الثانية - اذا كان حد الكسر مفروض أوليين معاً فكل كسر مكافئ الكسر المفروض يجب أن يكون حداه مضاعفين لحدى الكسر المفروض على التناظر فإذا فرض الكسر $\frac{٥}{٨}$ الذى حداه أوليان معاً وفرض أن الكسر المكافئ له هو $\frac{٤٥}{٧٢}$ فاننا نبرهن على أن العددين ٤٥ و ٧٢ مضاعفان بالتناظر للعددين ٥ و ٨

ولذلك نقول حيث ان الكسر ين متكافئان يكون $\frac{50}{72} = \frac{5}{8}$ ومن المعلوم أن التساوى بين مقدارين لا يتغير اذا ضرب كل منهما في كمية واحدة فاذا ضرب اذن طرفا هذه المتساوية في ٧٢ أى جعل كل واحد من الكسرين $\frac{5}{8}$ و $\frac{50}{72}$ أكبر مما هو عليه اثنين وسبعين مرة تحصل (١٥٦)

$$50 = \frac{50}{1} = \frac{72 \times 50}{8} \text{ أو } \frac{50}{72 : 72} = \frac{72 \times 50}{8}$$

وبالتأمل للطرف الثاني من هذه المتساوية يشاهد أنه عدد صحيح وحينئذ فيجب أن يكون طرفها الاول كذلك بمعنى أنه لا بد وأن يقسم العدد ٨ الحاصل 72×50 وحيث قد فرض أن عدد ٨ أولى مع عدد ٥ فيقسم اذن العدد ٧٢ (١٣٠)

وحيث أيضا ان خارج قسمة ٧٢ على ٨ هو ٩ أعنى أن $72 = 9 \times 8$ فاننا أبدا في المتساوية السابقة عدد ٧٢ بالحاصل 9×8 يحدث $50 = \frac{9 \times 8 \times 50}{8}$ أو $50 = 9 \times 50$ واذن فقد ثبت المطلوب على أن العددين ٧٢ و ٥ هما مضاعفات للعددين ٨ و ٥

(١٦٨) القاعدة الثالثة - كل كسر حدهاء أوليان معا يكون غير قابل للاختصار

ليكن الكسر المفروض هو $\frac{8}{9}$ الذى حدهاء أوليان معا ثم نبرهن على أنه غير قابل للاختصار ولذلك نقول ان كل كسر يكافئ الكسر $\frac{8}{9}$ مثل $\frac{16}{18}$ و $\frac{24}{27}$... يجب أن لا يكون حدهاء المضاعفين بالتناظر لحدى الكسر المفروض (١٦٧) أى مضاعفين العددين ٨ و ٩ واذن فيكونان أكبر منهما بالتناظر وبناء عليه فلا يكون الكسر $\frac{8}{9}$ قابلا للاختصار

(١٦٩) ومما ذكره ننتج أن كل كسر ين غير قابلين للاختصار ومتكافئين يجب أن يكونا متطابقين أعنى أن بسطيهما متساويان ومقاميهما كذلك

وذلك لان التكافئ هنا يستلزم أن يكون بسط أحدهما مضاعفا لبسط الآخر ومقامه مضاعفا لمقامه وهذا لا يتأتى الا اذا تساويا

(١٧٠) القاعدة الرابعة - لتحويل كسر الى أدق حديه برقا يقسم حدهاء على قاسمهما المشترك الأعظم

وذلك لان العددين المتحصلين من القسمة يكونان أوليين معا (١١١) وكل كسر حدهاء أوليان معا يكون غير قابل للاختصار (١٦٨)

ليكن الكسر $\frac{3437}{13751}$ المراد تحويله الى أدق حديه رقا فاذا اجبث عن القاسم المشترك الأعظم بين حديه يعلم أنه ٥٠٤ ويقسمهما عليه نتوصل الى الكسر المكافئ له وهو $\frac{71}{1375}$

(١٧١) تنبيه - والمعتاد في الاعمال أن يتدأ بقسمة حديه وكل خارج ينتج تدريجياً على العوامل المشتركة بينهما وهي ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ الخ وعند ما يتوصل الى كسر لا يسهل معرفة العوامل المشتركة بين حديه بمجرد النظر فإنه يبحث عن قاسمهما المشترك الأعظم ثم يقسم حدهما عليه

فإذا قسم هذا الكسر المتقدم وخارج القسم المصهلة تدريجياً على العوامل ٢ و ٤ و ٥

$$\frac{471}{800} = \frac{902}{1771} = \frac{3808}{7084} = \frac{34372}{63706}$$

وحيث ان حدى الكسر الأخير لا يمكن ادراك قاسمهما المشترك بمجرد النظر فيبحث عن قاسمهما المشترك الأعظم فيعلم أنه ٧ وبقسمة حدى الكسر $\frac{471}{800}$ على ٧ يتوصل الى

$$\frac{78}{1260} = \frac{471}{800} = \frac{902}{1771} = \frac{3808}{7084} = \frac{34372}{63706}$$

ولافرق في الحقيقة بين الطريقتين لا نادقسما حدى الكسر المفروض في الحالة الثانية على قاسمهما المشترك الأعظم (١٣٩)

الفصل الرابع

(في تحويل الكسور الى ذات مقام مشترك)

(١٧٢) الغرض من تحويل عدة كسور الى ذات مقام مشترك هو استعاض الكسور المفروضة بأخرى مكافئة لها تكون مقاماتها متحدة

(١٧٣) يوجد أحوال ثلاثة لتحويل الكسور الى ذات مقام مشترك

(١٧٤) الحالة الاولى - اذا أريد تحويل كسرين الى ذات مقام مشترك لهما ضرب

حدى الكسر الاول في مقام الكسر الثاني وحدى الكسر الثاني في مقام الكسر الاول

فإذا أريد مثلاً تحويل الكسرين $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ الى ذات مقام مشترك لهما تحصل على مقتضى القاعدة الكسرين

$$\frac{10}{21} \text{ و } \frac{14}{21} \text{ أو } \frac{2 \times 5}{3 \times 7} \text{ و } \frac{5 \times 2}{7 \times 3}$$

وهذان الكسيران الجديان مكافئان للفرضين لانه تقدم بمرة (١٥٩) أن قيمة الكسر لا تتغير اذا ضرب حده في عدد واحد وأما مقاماهما فهما متساويان لان $3 \times 7 = 7 \times 3$

(١٧٥) تنبيه - اذا كان مقام أحد الكسرين مضاعفا للثاني فإنه يمكن جعله مقاما مشتركا للكسرين وحينئذ فلا يحصل التغيير الا في الثاني فقط بواسطة ضرب حديه في خارج قسمة المقام المضاعف على مقامه

فاذا فرض الكسران $\frac{2}{8}$ و $\frac{5}{8}$ وأريد تحويلهما الى ذاتي مقام مشترك يقال حيث ان مقام الكسر الثاني $8 = 4 \times 2$ فيضرب حدى الكسر الاول في ٢ يحدث الكسران $\frac{4}{8}$ و $\frac{5}{8}$ وهما متحدان في المقام وصورتهما أبسط من صورتي الكسرين $\frac{2}{8}$ و $\frac{5}{8}$ اللتين توصل اليهما من العملية الاولى غرة (١٧٤)

(١٧٦) الحالة الثانية - أن يكون المطلوب تحويل عدة كسور مفروضة الى ذات مقام مشترك لها والقاعدة العامة لذلك أن يضرب جدا كل كسر منها في حاصل ضرب مقامات الكسور الاخرى فاذا فرضت الكسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{9}$ فانها تؤول الى

$$\frac{70}{100} \text{ و } \frac{84}{100} \text{ أو } \frac{50 \times 3 \times 7}{50 \times 3 \times 9} \text{ و } \frac{70 \times 3 \times 4}{70 \times 3 \times 5} \text{ و } \frac{70 \times 5 \times 2}{70 \times 5 \times 9}$$

وهذه كسور مكاثرة للكسور المفروضة لانه لا يغير قيمة الكسر بضرب حديه في عدد واحد (١٥٩) ومتحدة في المقام لتتركب مقام كل منها من عين العوامل المتركة منها الاخر وهي ٣٥٧٠

(١٧٧) تنبيه - اذا كان أحد مقامات الكسور المفروضة مضاعفا لجميع المقامات الاخر فإنه يمكن جعله مقاما مشتركا لها بواسطة ضرب حدى كل كسر منها في خارج قسمة المقام المضاعف على مقامه وبذا لا يحصل التغيير الا في باقي الكسور دونه

فاذا فرضت الكسور $\frac{2}{8}$ و $\frac{5}{16}$ و $\frac{7}{32}$ يقال حيث ان مقام الكسر الثالث $32 = 4 \times 8$ أو 16×2 فيضرب جدا الكسر الاول في ٤ وحدا الكسر الثاني في ٢ وبذلك توصل للكسور الآتية

$$\frac{7}{32} \text{ و } \frac{10}{32} \text{ و } \frac{12}{32} \text{ أو } \frac{7}{32} \text{ و } \frac{20}{64} \text{ و } \frac{24}{64}$$

وهي كسور متحدة المقام وأبسط من الكسور $\frac{1037}{4096}$ و $\frac{1280}{4096}$ و $\frac{896}{4096}$ التي توصل اليها باستعمال الطريقة الاولى غرة (١٧٦)

(١٧٨) الحالة الثالثة - أن يكون المطلوب تحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها قد علمنا من التبيين المذكورين في الحالتين المتقدمتين امكان تحويل عدة كسور الى ذات

مقام مشترك لها أبسط من المقام المشترك الذي يحصل لو اتبعنا القاعدة العمومية والان نرى من المقيّد تحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها

فإذا أريد تحويل الكسور $\frac{5}{12}$ و $\frac{7}{16}$ و $\frac{13}{20}$ و $\frac{17}{24}$ الى أصغر مقام مشترك لها يجب التحقق أولاً من أن جميعها غير قابل للاختصار بحيث لو كان الامر بخلاف ذلك وجب تحويل كل منها الى أدق حدين رقما

وحيث ان الكسور المفروضة في هذا المثال موفية للشرط المذكور أي غير قابلة للاختصار لزم البحث عن كسور أخرى مكافئة لها تكون متحدة في المقام بحيث يكون هذا المقام المشترك أصغر ما يمكن وجوده لها

ومن المعلوم أن كل كسر يكافئ أي كسر من الكسور المفروضة يجب أن يكون عداء مضاعفين بالنساطر إلى الكسر المذكور (١٦٧) وحيث يكون المقام المشترك للكسور المطلوبة المكافئة للكسور المفروضة مضاعفاً مشتركاً للقامات ١٢ و ١٦ و ٢٠ و ٢٤ وبناء عليه يكون هو أصغر مضاعف مشترك لها ومقداره هو ٧٢٠ (١٤٠)

غير أنه للوصول الى كسر يكافئ الكسر $\frac{5}{12}$ بحيث يكون مقامه مساوياً ٧٢٠ يجب بداية ضرب حدين في خارج قسمة عدد ٧٢٠ على مقامه ١٢ ومثل ذلك يجري في باقي الكسور المفروضة وصورة العمل هكذا

الكسور المفروضة

$$\frac{5}{12} \text{ و } \frac{7}{16} \text{ و } \frac{13}{20} \text{ و } \frac{17}{24}$$

المقامات محللة الى عواملها الأولية

$$2^3 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^4 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^2 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^3 \times 3$$

المضاعف المشترك الأصغر للقامات (١٤٠)

$$720 = 5 \times 2^4 \times 3^2$$

خارج قسمة المضاعف الأصغر على المقامات

$$60 \text{ و } 90 \text{ و } 120 \text{ و } 180 \text{ أو } 5 \times 2^3 \times 3 \text{ و } 2^3 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^3 \times 3 \times 5 \text{ و } 2^3 \times 3$$

الكسور المكافئة للكسور المفروضة

$$\frac{17 \times 40}{24 \times 60} \text{ و } \frac{13 \times 60}{20 \times 120} \text{ و } \frac{5 \times 144}{12 \times 720} \text{ أو } \frac{10 \times 144}{12 \times 720} \text{ و } \frac{7 \times 180}{16 \times 720} \text{ و } \frac{107}{720} \text{ و } \frac{170}{720}$$

(١٧٩) التنبيه الاول - من المعتاد في الاعمال الاكتفاء بضرب بسوط الكسور في خواارج القسمة المناظرة لهما لانهما معاوم من أن حواصل ضرب المقامات في الخواارج المذكورة متساوية جميعها ومساو كل منها المضاعف الاصغر المشترك الذي علم

(١٨٠) التنبيه الثاني - يستحسن دائماً تحليل مقامات الكسور الى عواملها الاولى لسهولة تعيين خارج قسمة المضاعف المشترك الاصغر بينها عليها طريقة العمل هذه سريعة جداً ومفيدة خصوصاً عند ما يراد تطبيقها على أعداد كبيرة فيقال

$$, \quad 70 = 5 \times 2 \times 7 = \frac{5 \times 2 \times 7}{3 \times 2} = 12 : 720$$

$$, \quad 40 = 5 \times 2^3 = \frac{5 \times 2^3 \times 3}{2} = 16 : 720$$

$$, \quad 12 = 2 \times 2 \times 3 = \frac{5 \times 2 \times 3}{5 \times 2 \times 3} = 60 : 720$$

$$10 = 5 \times 2 = \frac{5 \times 2 \times 3}{3 \times 2} = 72 : 720$$

(١٨١) القاعدة العمومية لتحويل عدة كسور الى أصغر مقام مشترك لها تقول هذه الكسور أولاً الى أدق حدها رقمان احتاج الامر ذلك ثم يبحث عن المضاعف الاصغر المشترك لجميع المقامات ويضرب بسط كل واحد من الكسور المفروضة في خارج قسمة المضاعف المشترك الاصغر على مقامه ويجعل حواصل الضرب بسوط ومقاماتهم المضاعف المشترك الاصغر المذكور (١٨٢) تنبيهه - اذا كانت مقامات الكسور المفروضة أولية معا فان المضاعف المشترك الاصغر لها يكون مساوياً ضرورة لحاصل ضرب المقامات في بعضها وفي هذه الحالة يرجع الامر الى القاعدة العامة (قاعدة ١٧٦)

(١٨٣) عملية تحويل الكسور الى ذات مقام مشترك كثيرة القوائد في الاعمال وخصوصاً في عمليتي جمع الكسور والاعتيادية وطرحها كما سيأتي الكلام عليها وكذا فيما اذا أريد مقارنة كسرين مفروضين يعضهما والحكم على أيهما أكبر أو أصغر من الثاني

فاذا أريد مقارنة الكسرين $\frac{22}{7}$ و $\frac{355}{113}$ فانه لا يتأتى مطلقاً بمجرد النظر اليهما معرفة أيهما أكبر من الثاني أما اذا صار نحو يليهما الى ذات مقام مشترك بأن صارا $\frac{22 \times 113}{7 \times 113}$ و $\frac{355 \times 7}{113 \times 7}$ فانه يحكم في الحال على أن الكسر الاول يزيد عن الكسر الثاني بالقدر $\frac{1}{741}$

الفصل الخامس

(في عمليات الكسور الاعتيادية)

(في الجمع)

(١٨٤) الغرض من جمع كسرين أو جملة كسور مفروضة ضم وحداتها الصحيحة وأجزائها المشتملة عليها إلى بعضها ليتكون منها عدد واحد صحيح أو كسرى أو كسر

(١٨٥) والقاعدة العامة لجمع جملة كسور أن نحول إلى ذات مقام مشترك أن اقتضى الحال ذلك ثم نجمع البسوط على بعضها ويجعل حاصل جمعها بسطا يكون مقامه المقام المشترك لها

فإذا أريد جمع الكسور $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{12}$ يتبدأ أولاً بتحديد مقاماتها حيث لا يصح جمع جملة كيانات إلا إذا كانت من نوع واحد وأذن فلا نجمع الثلاث على الأربع على الأثمان وهكذا وحيث أن ٢٤ هو المضاعف المشترك الأصغر لمقامات الكسور المفروضة فنحول إلى

$$\frac{16}{24} + \frac{10}{24} + \frac{18}{24} + \frac{17}{24}$$

وعلى مقتضى القاعدة يكون حاصل جمعها هو

$$\frac{16+10+18+17}{24} \text{ أو } \frac{73}{24} \text{ أو } ٣ \frac{10}{24} \text{ أو } ٣ \frac{5}{12}$$

ودليل ذلك أنه لما كانت تلك الكسور تدل على أن الواحد منقسم في كل منها إلى ٢٤ جزءاً متساوية وأخذ منها الكسر الأول ١٦ جزءاً والثاني ١٨ والثالث ١٥ والرابع ١٤ فهي إذن من نوع واحد ويكون مجموعها عبارة عن ضم هذه الأجزاء إلى بعضها ونسبة الناتج إلى نوع التقسيم وهذا هو عبارة عن جمع بسوطها على بعضها وجعل الناتج بسطاً للمقام المشترك

(١٨٦) أما إذا كانت الكسور المراد جمعها مصحوبة بأعداد صحيحة وجب أولاً جمع الكسور على حدة واستخراج الوحدات الصحيحة التي يمكن وجودها في الحاصل وضمها إلى حاصل جمع الأعداد الصحيحة المصاحبة للكسور

فإذا أريد جمع هذه الأعداد الكسرية $\frac{2}{3} + ٣ \frac{2}{4} + ٤ \frac{5}{8}$ نجمع الكسور أولاً هكذا

$$١ \frac{31}{40} = \frac{٧1}{40} = \frac{٢0}{40} + \frac{30}{40} + \frac{17}{40} = \frac{5}{8} + \frac{3}{4} + \frac{2}{5}$$

ثم نجمع الأعداد الصحيحة فيحصل منها

$$9 = 4 + 2 + 3$$

ويكون إذن حاصل الجمع الكلي هو

$$\frac{31}{40} + 10 = \frac{31}{40} + 1 + 9$$

(في الطرح)

(١٨٧) الغرض من عملية طرح الكسور اسقاط جميع الوحدات وأجزائها المشتل عليها المطروح من المطروح منه صحيحا كان أو كسرا ليحصل الباقي

(١٨٨) والقاعدة العامة لطرح كسر من آخر يبدأ بنحو يليه مالى كسر من ذات مقام مشترك إذا لم يكونا كذلك من قبل ثم يطرح بسط كسر المطروح من بسط كسر المطروح منه ويجعل الباقي بسطا ومقامه المقام المشترك للكسرين المفروضين

فعلى هذا إذا أريد طرح $\frac{2}{3}$ من $\frac{3}{4}$ أجرى العمل هكذا

$$\frac{1}{12} = \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = \frac{2}{3} - \frac{3}{4}$$

ودليل ذلك أنه لما كان الكسران من نوع واحد فطرح أحدهما من الآخر يستلزم طرح الأجزاء المشتل عليها المطروح من الأجزاء المشتل عليها المطروح منه ونسبة الباقي إلى نوع التقسيم أعني جعل الباقي بسطا لمقام الكسرين المشترك وهذا هو عين ما ذكره القاعدة العامة (١٨٩) تنبيه - يشترط هنا في عملية الطرح أن يكون كسر المطروح أصغر من كسر المطروح منه

(١٩٠) أما إذا كانت الكسور معصوية بأعداد صحيحة فإنه يطرح الكسران أولاً من بعضهما ثم الصحيحان كذلك ويضم الناتجان إلى بعضهما

فعلى هذا إذا أريد طرح العدد الكسرى $\frac{4}{11}$ من العدد الكسرى $\frac{3}{5}$

يبدأ أولاً بطرح الكسر $\frac{4}{11}$ من $\frac{3}{5}$ هكذا

$$\frac{0}{55} = \frac{28}{55} - \frac{28}{55} = \frac{4}{11} - \frac{3}{5}$$

ثم يطرح بعد ذلك الصحيح من الصحيح هكذا

$$4 = 2 - 6$$

ويكون باقي الطرح الكلى هو $\frac{0}{77} + ٤$ أعنى أن

$$٤ + \frac{0}{77} = ٢ \frac{٤}{١١} - ٦ \frac{٣}{٧}$$

(١٩١) تنبيه أول - من المعلوم أن العدد الصحيح المطروح منه يجب أن يكون دائماً أكبر العددين الصحيحين المقروطين حتى يتأق الطرح غير أن هذا الشرط ليس بضروري في الكسرين لانه قد يكون كسر المطروح أكبر من كسر المطروح منه ومع ذلك فإن عملية الطرح تكون ممكنة دائماً

وذلك لانه لما كان كسر المطروح حقيقياً دائماً أى أقل من الواحد فإنه يضمه الى العدد الصحيح المصاحب له لا يتحصل منهما عدداً كبير من المطروح منه وبذلك تكون العملية ممكنة دائماً فعلى هذا اذا أريد طرح $٧ \frac{٣}{٥}$ من $٨ \frac{١}{١٠}$ يقال حيث ان العدد الكسرى $٧ \frac{٣}{٥}$ أصغر من ٨ فتكون عملية الطرح ممكنة ولو أن الكسر $\frac{٣}{٥}$ أكبر من الكسر $\frac{١}{١٠}$

ولاجراء عملية الطرح في هذه الحالة يتبدأ أولاً بتحويل الكسرين الى آخر من متعدى المقام فيحدث

$$٧ \frac{٣}{٥} - ٨ \frac{١}{١٠} = ٧ \frac{٦}{١٠} - ٨ \frac{١}{١٠}$$

ثم يقال حيث ان كسر المطروح $\frac{٦}{١٠}$ أكبر من كسر المطروح منه $\frac{١}{١٠}$ فيستعار في مثل هذه الحالة لكسر المطروح منه واحد من العدد الصحيح ٨ المصاحب له ويحول الى عدد كسرى من جنس الاغشار ويضم الى كسر المطروح منه فيحدث

$$\frac{١٠}{١٠} = \frac{١}{١٠} + \frac{٩}{١٠} = ١ + \frac{٩}{١٠}$$

وبذلك نتحول المسئلة الى طرح $٧ \frac{٦}{١٠}$ من $٧ \frac{١٠}{١٠}$ ومنه يتحصل

$$\frac{٩}{١٠} = ٧ \frac{٦}{١٠} - ٧ \frac{١٠}{١٠}$$

(١٩٢) تنبيه ثان - ما تقدم ذكره في التنبيه السابق ينطبق على الحالة التي يكون فيها العدد الصحيح المراد طرحه هو النسوق بكسر فقط دون العدد الصحيح المطروح منه فإذا أريد طرح $٩ \frac{٤}{٥}$ من ١٣ فنجري العمل هكذا

$$١٣ - ٩ \frac{٤}{٥} = ١٢ \frac{٥}{٥} - ٩ \frac{٤}{٥} = ٣ \frac{١}{٥}$$

(في الضرب)

(١٩٣) لما كان لا يمكن تطبيق التعريف العام لضرب الاعداد الصحيحة على جميع أحوال ضرب الكسور ناسب الاضراب الآن عن ذكر تعريف خاص بضرب الكسور لاعتبادية حتى يتأق لنا استنتاجهم من ممارسة أحوال ضرب الكسور

(١٩٤) يوجد أحوال أربعة لضرب الكسور الاعتيادية

(١٩٥) الحالة الاولى - أن يكون المضروب كسرا والمضروب فيه عددا صحيحا

فإذا أريد مثلا ضرب $\frac{3}{5}$ في ٤ نقول إذا طبقناها تعريف ضرب الاعداد الصحيحة على هذا المثال نرى أنه يلزم لتحصيل الحاصل المطلوب تكرار المضروب $\frac{3}{5}$ أربع مرات أى تكبيره أربع مرات وحيث أنه قد شوهد بنبرة (١٥٦) أنه يجب مثل هذه العملية ضرب بسط الكسر في ٤ حدث

$$\frac{3}{5} \times 4 = \frac{12}{5} = \frac{4 \times 3}{5} = 4 \times \frac{3}{5}$$

(١٩٦) وحينئذ القاعدة العامة لضرب كسر في صحيح يضرب بسط الكسر في العدد الصحيح ويجعل الناتج بسطا يكون مقامه مقام الكسر المفروض

(١٩٧) تنبيه - عوضا عن ضرب بسط الكسر في العدد الصحيح يقسم مقامه على هذا العدد الصحيح ان تيسرت القسمة حيث يتوصل بهذه العملية الى كسر أبسط كما ذكر ذلك بنبرة (١٥٦)

فإذا أريد مثلا ضرب $\frac{3}{5}$ في ٤ حدث

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{4 \times 5} = 4 \times \frac{3}{5}$$

(١٩٨) الحالة الثانية - أن يكون المضروب عددا صحيحا والمضروب فيه كسرا

فإذا أريد ضرب ٢٠ في $\frac{3}{5}$ نقول

اننا قد استعنا في البرهنة على الحالة الاولى بالتعريف العمومى لضرب الاعداد الصحيحة غير أنه لا يمكننا الاستعانة به هنا أى فيما اذا كان المضروب فيه كسرا اذ لا معنى له حيث لا يتأتى لنا أن نقول لضرب العدد الصحيح ٢٠ في الكسر $\frac{3}{5}$ يجب تكرار المضروب ٢٠ مرات قدرها $\frac{3}{5}$ ولذا يجب النظر في تعريف يوافق أحوال ضرب الكسور الاعتيادية فنقول من المعام أن اذا فرضنا أن ثمن المتر الواحد من قاش ما يعادل ٢٠ فرنكا وأردنا أن نأخذ ثلاثة أمثاله ثم شراء $\frac{3}{5}$ من المتر منه أيضا لزم لتحصيل الثمن في الحالة الاولى ضرب عدد ٢٠ في ٣ وهذا مطابق لضرب الاعداد الصحيحة وأما التحصيل الثمن في الحالة الثانية فلا ينبغي لنا اتباع السير المتقدم بل نقول حيث ان ثمن المتر الواحد يعادل ٢٠ فرنكا فلا يعادل ضرورة ثمن $\frac{3}{5}$ المتر الثلاثة أخماس مبلغ ٢٠ فرنكا أى يعادل ثلاثة أمثال خمس العشرين فرنكا وحيث ان خمس العشرين فرنكا هو ٤ فرنكات فتلاثة أمثال هذا الخمس تعادل ٣ فرنكات $4 \times 3 = 12$ فرنكا

ومما ذكرنا أنه للوصول الى حاصل الضرب المطاوب قد استغنا بعلميتين احدهما أخذت من المضروب وثانيتهما تكراره ثلاث مرات وحيث نرى أن حاصل الضرب قد تألف من المضروب كما تألف المضروب فيه من الآحاد واذن فيمكننا أن نستنتج التعريف العام الآتي لضرب الكسور الاعتيادية

(١٩٩) لضرب الكسور الاعتيادية يجب تحصيل عدد يتألف من المضروب كما تألف المضروب فيه من الآحاد

وبناء على هذا التعريف العمومي اذا أريد ضرب عدد ١٧ في $\frac{٥}{٨}$ نقول حيث ان المضروب فيه مؤلف من خمسة أمثال ثمن الواحد في تألف حاصل الضرب اذن من خمسة أمثال ثمن المضروب ١٧ وحيث ان ثمن المضروب ١٧ يعادل $\frac{١٧}{٨}$ وخسة أمثال هذا الثمن تعادل $\frac{٥ \times ١٧}{٨}$ فيكون

$$١٠ \cdot \frac{٥}{٨} = \frac{٨٥}{٨} = \frac{٥ \times ١٧}{٨} = \frac{٥}{٨} \times ١٧$$

(٢٠٠) فالقاعدة العامة لضرب عدد صحيح في كسر يضرب العدد الصحيح في بسط الكسر ويجعل الناتج بسطا ومقامه مقام الكسر المفروض

(٢٠١) تنبيه - القاعدة العمومية للضرب في هذه الحالة الثانية هي عين القاعدة العمومية للضرب في الحالة الاولى وان كان البرهان فيها متغيرا بمعنى أن ضرب عدد صحيح في كسر هو عين ضرب كسر في عدد صحيح

(٢٠٢) الحالة الثالثة - أن يكون كل من المضروب والمضروب فيه كسرا

فاذا أريد مثلا ضرب $\frac{٢}{٥} \times \frac{٣}{٤}$ نقول ان حاصل الضرب بناء على التعريف الجديد بقرة (١٩٩) يتألف من المضروب $\frac{٢}{٥}$ كما تألف المضروب فيه $\frac{٣}{٤}$ من الواحد وحيث ان المضروب فيه يتألف من ثلاثة أمثال ربع الواحد في تألف حاصل الضرب اذن من ثلاثة أمثال ربع المضروب وحيث ان ربع المضروب $\frac{٢}{٥}$ يعادل $\frac{٢}{٤ \times ٥}$ (١٥٧) وثلاثة أمثال هذا الربع تعادل $\frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٥}$ (١٥٦) يكون

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٢٠} = \frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٥} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٥}$$

(٢٠٣) والقاعدة العمومية لضرب كسر في آخر يضرب البسطان في بعضهما والمقامان كذلك ويجعل الحاصل الاول بسطا والثاني مقامه

(٢٠٤) الحالة الرابعة - أن تكون الكسور المراد إجراء عملية الضرب عليها أو بعضها معكوبة بأعداد صحيحة

ففي هذه الحالة يحول كل عدد صحيح وكسر مصاحبه الى عدد كسرى وبهذه الكيفية يرجع الامر الى أحد الاحوال الثلاثة المتقدمة

مثال ذلك اذا أردت ضرب $\frac{2}{5} \times 7$ و $\frac{4}{7} \times 6$ و $\frac{5}{9} \times 4$ و $\frac{2}{3} \times 5$ و $\frac{7}{8} \times 5$ فنجري العمل هكذا

$$\frac{2}{5} \times 7 = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5} = \frac{7 \times 2}{1} = 7 \times \frac{2}{1} = 7 \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{7} \times 6 = \frac{4 \times 6}{7} = \frac{24}{7} = \frac{6 \times 4}{1} = 6 \times \frac{4}{1} = 6 \times \frac{4}{7}$$

$$\frac{5}{9} \times 4 = \frac{5 \times 4}{9} = \frac{20}{9} = \frac{4 \times 5}{1} = 4 \times \frac{5}{1} = 4 \times \frac{5}{9}$$

$$\frac{2}{3} \times 5 = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3} = \frac{5 \times 2}{1} = 5 \times \frac{2}{1} = 5 \times \frac{2}{3}$$

(٢٠٥) تنبيهه - حاصل ضرب أى عدد صحيحاً كان أو كسرياً في كسر يكون أكبر أو أصغر من هذا العدد على حسب ما يكون الكسر المفروض أكبر أو أصغر من الواحد وحينئذ فعملية ضرب الكسور الاعتيادية لا يلزمها فكرة الزيادة

(في ضرب عدة كسور في بعضها أو أخذ كسور الكسور)

(٢٠٦) يتوصل الى حاصل ضرب عدة كسور في بعضها بالطريقة التي يتوصل بها لضرب عدة مضارب صحيحة بمعنى أن يضرب الكسر الاول في الثانى والحاصل بضرب في الثالث وهكذا وحاصل الضرب الاخير يكون هو حاصل الضرب المطلوب

فعلى هذا اذا أردت تحصيل حاصل ضرب الكسور $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{7}{9}$ لزم أولاً ضرب $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ في $\frac{4}{5}$ ثم ضرب الناتج في $\frac{7}{9}$ وحيث ان $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ يعادل $\frac{8}{15}$ يكون

$$\frac{8}{15} \times \frac{7}{9} = \frac{8 \times 7}{15 \times 9} = \frac{56}{135} = \frac{7}{9} \times \frac{8}{15} = \frac{7}{9} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$$

(٢٠٧) والقاعدة العمومية لضرب عدة كسور في بعضها ان ضرب البسوط في بعضها والمقامات كذلك ويجعل الحاصل الاول بسطاً والثاني مقاماً له

(٢٠٨) تنبيه أول - يمكن تطبيق قاعدة هذه الحالة فيما اذا كان أحد العوامل عدداً صحيحاً وذلك لان كل عدد صحيح يمكن أن يجعل له مقام مساو للوحدة

مثال ذلك

$$\frac{11 \times 2 \times 8 \times 5 \times 3}{3 \times 6 \times 4} = \frac{11}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{8}{1} \times \frac{5}{4} \times \frac{3}{1} = 11 \times \frac{2}{3} \times 8 \times \frac{5}{4} \times \frac{3}{1}$$

(٢٠٩) تنبيه ثان - يمكن اعطاء حاصل ضرب عدة كسور في بعضها معنى آخر ناتجة من

تسميتها بكسور الكسور فكما يقال المطلوب تحصيل الحاصل $12 \times \frac{7}{9} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$

فانه يقال أيضا المطلوب أخذ $\frac{3}{4}$ من $\frac{5}{6}$ من $\frac{7}{9}$ من ١٢ ولذلك يبدأ بأخذ $\frac{7}{9}$ من ١٢ ثم أخذ $\frac{5}{6}$ الناتج وأخذ $\frac{3}{4}$ الناتج الاخير وهكذا وعليه يكون

$$\frac{3 \times 5 \times 7 \times 12}{4 \times 6 \times 9} = \frac{3}{4} \text{ من } \frac{5}{6} \text{ من } \frac{7}{9} \text{ من } 12$$

(٢١٠) تنبيه ثالث - قبل تحصيل حاصل ضرب المضارب الموجودة في كل من البسط والمقام يجب حذف المضارب المشتركة فيهما

ففي المثال السابق يمكن حذف العامل ٣ الكائن في البسط والكائن في العامل ٩ من المقام وكذا يمكن حذف العامل ٣ أيضا الموجود في البسط في العامل ١٢ وفي المقام في العامل ٩ وكذا يمكن حذف العامل ٤ الموجود في البسط في العامل ١٢ وفي المقام وبذلك يزول الحاصل الى $\frac{5 \times 7}{6} = \frac{35}{6} = 5 \frac{5}{6}$

(٢١١) حاصل ضرب عدة مضارب صحيحة كانت أو كسرية لا يتغير مهمان غير وضع المضارب مثاله

$$\frac{7}{9} \times 8 \times \frac{3}{11} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{11} \times 8 \times \frac{2}{3} \times \frac{7}{9}$$

وذلك لانه يحصل من الوضع الاول الحاصل $\frac{3 \times 8 \times 2 \times 7}{11 \times 3 \times 9}$ ومن الوضع الثاني الحاصل $\frac{7 \times 8 \times 3 \times 2}{9 \times 11 \times 3}$ وهما حاصلان متساويان لان بسطيهما من كان من مضارب بواحدة والاختلاف ترتيب وضعيهما ومقاميهما كذلك

(٢١٢) حيث اننا قد استنتجنا من تطبيق الخواصية المذكورة على الاعداد العشرية عدة خواص أخرى تتعلق بحاصل ضرب الاعداد الأولية فلانرى هنا مانعا أيضا من استنتاج عين الخواص المذكورة وتطبيقها على الكسور الاعتيادية

(في قسمة الكسور)

(٢١٣) التعريف العام لقسمة الكسور هو

القسمة عملية الغرض منها اذا علم حاصل ضرب عاملين وأحدهما فانه يطلب تعيين العامل الثاني

(٢١٤) لقسمة الكسور الاعتيادية أحوال أربع

(٢١٥) الحالة الأولى - أن يكون المقسوم كسرا والمقسوم عليه عددا صحيحا مثل $\frac{3}{5}$ على ٤ نقول يجب على مقتضى تعريف قسمة الكسور البحث عن العدد الذي إذا ضرب في المقسوم عليه ٤ يتحصل المقسوم $\frac{3}{5}$ وأذن فيكون العدد المبحوث عنه أصغر من المقسوم $\frac{3}{5}$ أربع مرات وقد شوهد بفترة (١٥٧) أن الكسر يصغر عن أصله أربع مرات إذا ضرب مقامه في ٤ وبنا على ذلك يكون

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5 \times 4} = 4 : \frac{3}{5}$$

(٢١٦) فالقاعدة العامة لقسمة كسر على عدد صحيح يضرب مقام الكسر في العدد الصحيح

(٢١٧) تنبيه - يستعوض دائما ضرب مقام الكسر في العدد الصحيح بقسمة بسط الكسر على العدد الصحيح متى كانت عملية القسمة ممكنة اذ يتوصل من ذلك الى كسر أبسط

مثاله إذا أريد قسمة $\frac{2}{7}$ على ٤ يحدث

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \div 2}{7 \div 2} = 4 : \frac{2}{7}$$

(٢١٨) الحالة الثانية - أن يكون المقسوم عددا صحيحا والمقسوم عليه كسرا مثل ٤ : $\frac{3}{5}$

نقول يجب على مقتضى تعريف القسمة البحث عن العدد الذي إذا ضرب في المقسوم عليه $\frac{3}{5}$ يتحصل المقسوم ٤ غير أن ضرب أى عدد في $\frac{3}{5}$ هو عبارة عن أخذ ثلاثة أخماسه وبناؤه عليه يكون $\frac{3}{5}$ العدد المبحوث عنه مساويا ٤ ويكون خمس العدد المذكور مساويا لثلاث عدد ٤ أى $\frac{4}{5}$ ويكون الخارج تمامه مساويا ضروره الى خمسة أمثال الخمس أى الى خمسة أمثال $\frac{4}{5}$ أو $\frac{4}{5} \times 5$ وأذن يكون

$$\frac{4}{5} = \frac{5 \times 4}{5} = \frac{3}{5} : 4$$

ثم إذا مررنا بالخارج القسمة المطلوب بحرف ٤ أمكن اختصار البراهين المتقدمة على الصورة الآتية وهي

من المعلوم أن $4 = \frac{3}{5} \times 4$ أو $4 = 4 \times \frac{3}{5}$

فيكون $\frac{4}{5} = 4 : 3 = 4 \times \frac{1}{3}$ ويكون $\frac{5 \times 4}{3} = 5 \times \frac{4}{3} = 4$

والمقدار $\frac{5 \times 4}{3}$ يمكن اعتباره كأنه ناتج من ضرب ٤ $\times \frac{5}{3}$ أى من ضرب عدد ٤ في كسر المقسوم عليه $\frac{3}{5}$ مقابلا

(٢١٩) فالقاعدة العمومية لقسمة عدد صحيح على كسر بضرب العدد الصحيح في كسر المقسوم عليه مقلوبا

(٢٢٠) تنبيهه - ينتج من القاعدة السابقة أن خارج قسمة الواحد الصحيح على أى كسر هو عين الكسر مقلوبا فعلى هذا يكون

$$\frac{0}{3} = \frac{3}{0} : 1$$

(٢٢١) الحالة الثالثة - أن يكون كل من المقسوم والمقسوم عليه كسرا مثل $\frac{4}{3}$ على $\frac{3}{5}$ نقول ان هذه الحالة لا تخالف الحالة السابقة عملا وبرهانا فيبحث عن العدد الذى اذا ضرب في المقسوم عليه $\frac{3}{5}$ يحصل المقسوم $\frac{4}{3}$ واذن ثلاثة أخماس خارج القسمة مساو للمقسوم ويكون خمس خارج القسمة مساويا لثالث المقسوم أى مساويا الى $\frac{4}{3 \times 5}$ ويكون خارج القسمة الكلى مساويا لخسة أمثال هذا الناتج أى مساويا الى $\frac{0 \times 4}{1 \times 5}$ واذن يكون

$$\frac{4}{3} = \frac{3}{5} \times \text{خ} \quad \text{أو}$$

$$\frac{4}{3} = \text{خ} \times \frac{3}{5} \quad \text{أو}$$

$$\frac{4}{3 \times 5} = 3 : \frac{4}{3} = \text{خ} \times \frac{1}{0}$$

$$\frac{2}{11} = \frac{0}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{0 \times 4}{3 \times 3} = 0 \times \frac{4}{3 \times 3} = \text{خ}$$

(٢٢٢) فالقاعدة العامة لقسمة كسر على آخر بضرب كسر المقسوم في كسر المقسوم عليه مقلوبا

(٢٢٣) ويمكن لقسمة كسر على آخر قسمة بسط المقسوم على بسط المقسوم عليه وجعل الناتج بسطا و قسمة مقام المقسوم على مقام المقسوم عليه وجعل الناتج مقام الاول اذا كانت عملية القسمة فيها يمكنه اذ يتوصل بذلك الى كسر أبسط فاذا أريد قسمة

$$\frac{2}{3} = \frac{4 \div 8}{5 \div 11} \text{ على } \frac{4}{3} \text{ يحصل}$$

وذلك لانه يظهر من البراهين المتقدمة لزوم أخذ ربع المقسوم أولا وهذا يؤول الى $\frac{4 \div 8}{3 \div 11}$

$$\frac{2}{3} = \frac{4 \div 8}{5 \div 11} \text{ مرات هكذا}$$

(٢٢٤) الحالة الرابعة - أن تكون الكسور المراد اجراء عملية القسمة عليها أو بعضها مجعوبة بأعداد صحيحة

واللازم اجراؤه في مثل هذه الحالة أن يتحول كل عدد صحيح والكسر المصاحب له الى عدد كسرى وبذلك يرجع الامر الى أحد الاحوال الثلاثة الماضية كما ذكر نظير ذلك في ضرب الكسور فإذا أريد قسمة $\frac{4}{3} : \frac{2}{9} = 6$ فانه يجري العمل كما يأتي

$$\frac{220}{339} = \frac{9 \times 20}{47 \times 7} = \frac{47}{9} : \frac{20}{7} = 6 \frac{2}{9} : 3 \frac{4}{7}$$

(مسائل تطبيقية على الكسور الاعتيادية)

(١) اذا كان مجموع عددين مساويا ٤٠ وكان أصغرهما مساويا $\frac{3}{5}$ الاكبر والمطلوب تعيين العددين المذكورين

حل هذه المسئلة نقول حيث ان العدد الاصغر هو $\frac{3}{5}$ الاكبر فلو قسمنا العدد الاكبر الى خمسة اقسام متساوية كان العدد الاصغر مساويا قيمة ثلاثة أجزاء منها وبناء عليه فيستوى المجموع ٤٠ على ثمانية أجزاء من هذا الاجناس فإذا أخذنا منه وهو ٥ كان هو مقدار الخمس الواحد وحيث ان العدد الاكبر يساوى خمسة أجزاء من هذه الاقسام فيكون هو ٢٥ وحيث أيضا ان العدد الاصغر مساو ثلاثة أجزاء منها فيكون مقداره هو ١٥ ويجمع القسمين على بعضهما ٢٥ + ١٥ يتحصل المجموع ٤٠

(٢) المطلوب تعيين عددين مجموعهما يساوى ١٠٠ بحيث لو ضم سدهما الاكبر الى الاصغر تحصل ناتجان متساويان

حل هذه المسئلة نقول يؤخذ من منطوق المسئلة أنه اذا قسم الاكبر الى ستة اقسام متساوية كان الاصغر مساويا الى أربعة أجزاء منها لانه اذا طرح من الاجزاء الستة واحد وضم الى الاربعة أجزاء كان كل ناتج منها مساويا خمسة أجزاء واذن فيكون المجموع ١٠٠ مؤلفا من عشرة أجزاء من هذه الاقسام ويكون مقدار القسم الواحد منها مساويا ١٠ ويكون مقدار العدد الاكبر ٦٠ ومقدار العدد الاصغر ٤٠

(٣) ساح رجل بعض أشهر مدن أوروبا فصرف في باريس $\frac{3}{8}$ النقود التي كانت معه وفي لوندن $\frac{1}{4}$ مابق معه وفي برلين ربع مابق معه وفي القسطنطينية نصف مابق معه ورجع وطنه ببلغ ١٣٥ جنيه والمطلوب معرفة ما كان معه من النقود وما صرفه في كل مدينة

الحل هذه المسئلة نقول حيث انه صرف بالقسطنطينية نصف ما كان معه من النقود ورجع ببلغ ١٣٥ جنيه فيكون المبلغ الذي كان معه عند دخوله القسطنطينية هو ٢٧٠ جنيه

صرفت نصفه بها ١٣٥ جنيه وبقي نصفه معه وكذا حيث أنه صرف في برلين ربع الباقي معه من النقود وبقي معه ٢٧٠ جنيه وهو قيمة ثلاثة أرباع النقديّة التي كانت معه عند دخوله برلين فيكون مقدار ما صرفه في برلين هو $\frac{1}{4}$ من ٢٧٠ أى ٩٠ جنيهاً ويكون مقدار نقوده عند دخوله برلين هو ٣٦٠ جنيه

وكذا حيث أنه صرف في لوندرة $\frac{2}{5}$ ما كان معه من النقود عند زيارته تلك المدينة وعلم أنه خرج منها بمبلغ ٣٦٠ جنيه فيكون هذا المبلغ هو $\frac{3}{5}$ النقود التي دخل بها لوندرة وعليه فيكون $\frac{1}{5}$ مبلغ ٣٦٠ أو ١٢٠ جنيه يعادل خمس النقود التي كانت معه قبل دخوله لوندرة ويكون قيمة ما صرفه بها الذي يعادل الخمسين هو ٢٤٠ جنيه ومقدار النقود التي كانت معه قبل دخوله لوندرة هو $٣٦٠ + ٢٤٠ = ٦٠٠$ جنيه

وكذا حيث أنه صرف في باريس $\frac{3}{8}$ ما كان معه من النقود فيكون الباقي معه بعد خروجه من باريس هو $\frac{5}{8}$ جميع نقوده وحيث إن $\frac{5}{8}$ النقود يعادل ٦٠٠ جنيه فيكون $\frac{1}{8}$ من ٦٠٠ أى ١٢٠ جنيه يعادل ثمن الذي صرفه وأذن مقدار ما صرفه في باريس هو $١٢٠ \times ٣ = ٣٦٠$ جنيه ويكون مقدار النقود التي دخل بها باريس هو ٩٦٠ جنيه

ولاجل التحقيق تجمع المبالغ التي صرفها في كل مدينة على المبلغ الذي بقي معه فلا بد أن يكون مجموعها مساوياً ٩٦٠ جنيه ونوضح الأعمال هكذا

أصل النقود التي كانت معه	٩٦٠	جنيه
قيمة ما صرفه في باريس وهو $\frac{3}{8}$ من ٩٦٠ أى	٣٦٠	جنيه
المبلغ الذي خرج به من باريس هو	٦٠٠	
ما صرفه في لوندرة وهو $\frac{2}{5}$ ما بقي معه أى	٢٤٠	
ما خرج به من لوندرة	٣٦٠	
ما صرفه في برلين وهو $\frac{1}{4}$ ما بقي معه أى $\frac{1}{4}$ من ٣٦٠ ..	٩٠	
ما خرج به من برلين	٢٧٠	
قيمة ما صرفه في القسطنطينية وهو $\frac{1}{4}$ من ٢٧٠ أى	١٣٥	
ما بقي معه عند توقيعه بلده	١٣٥	

(٤) المطاوب قسمة عدد ٢٥٢ بين ثلاثة أشخاص بحيث تكون حصة الشخص الثاني $\frac{3}{4}$ حصة الشخص الأول وحصة الثالث تكون نصف مجموع حصتي الشخصين الآخرين

ومقدار ما بقي له هو ٧٢٠٠ غرش ومقدار ما صرفه الثاني هو $\frac{3}{4} \times ٦٣٠٠ = ١٨٩٠$ غرش
ومقدار ما بقي له هو ٣٦٠٠ غرش وهو نصف ما بقي للاول وهو ٧٢٠٠ غرش

(٦) اشترك رجل وولده في عمل بساط فأتماه معا في مدة ١٥ يوما ثم أراد عمل بساط آخر مثله
فاشتركا معا في شغله مدة ٦ أيام ثم انقطع الوالد عن الشغل واستمر الولد في اتمامه فكت مدة
ثلاثين يوما منفردا حتى أتمه والمطلوب معرفة عدد الايام التي تلازم لكل واحد من الوالد والولد
اذا أراد كل منهما شغل بساط مثل البساط المذكور وحده

لحل هذه المسئلة نقول حيث انهما أتما البساط الاول في مدة ١٥ يوما وكان ينبغي اتمام
الثاني في مثل هذه المدة لو اجتمعا معا لكنه حيث ان الوالد بعد ان اشغل ٦ أيام مع ابنه انقطع
عن العمل وأتمه الولد في مدة ٣٠ يوما فتكون هذه المدة الاخيرة تعادل شغل ٩ أيام لو كانا معا
وحيث ان الولد لا زال يشتغل فيكون ٣٠ - ٩ = ٢١ من شغل الولد تعادل مساعدة والده له
مدة التسعة أيام التي انقطعها عنه وبذلك يكون شغل الوالد يعادل $\frac{٩}{٢١} = \frac{٧}{٢١}$ شغل الولد
وبالعكس يكون شغل الولد يعادل $\frac{٢١}{٩}$ شغل والده اذا قرر هذا فنقول اذا اشغل الوالد البساط
وحده لزمه ١٥ يوما زائدا $\frac{٣}{٧} \times ١٥$ أو

$$١٥ + ١٥ \times \frac{٣}{٧} = \frac{١٥٠}{٧} = \frac{٤٥}{٧} + ١٥ = ١٥ \times \frac{٣}{٧} + ١٥$$

وأما اذا اشغل الولد وحده فانه يلزمه ١٥ يوما زائدا $\frac{٧}{٢١} \times ١٥$ يوما أي

$$١٥ + ١٥ \times \frac{٧}{٢١} = \frac{١٥٠}{٢١} = \frac{١٥}{٢١} + ١٥ = ١٥ \times \frac{٧}{٢١} + ١٥$$

(تمرينات)

- (١) المطلوب إيجاد نصف مجموع الكسرين $\frac{٢}{٥}$ و $\frac{٢}{٣}$
- (٢) المطلوب إيجاد الفرق بين الكسرين $\frac{٥}{٦}$ و $\frac{٤}{٩}$
- (٣) ما هو الكسر الذي اذا أضيف الى الكسر $\frac{٢}{٧}$ تحصل منهما الكسر $\frac{٢}{٣}$
- (٤) ما هو الكسر الذي اذا ضرب في الكسر $\frac{٦}{٧}$ يتحصل منهما الكسر $\frac{٣}{٤}$
- (٥) اذا كان الفرق بين الكسرين $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٣}{٥}$ لا ي عند يعادل ١٥ فما مقدار هذا العدد
- (٦) المطلوب تقسيم العدد ٦٧٤ الى جزئين بحيث يكون أولهما $\frac{٢}{٣}$ من $\frac{٧}{٨}$ الثاني
- (٧) اذا قوم منزل بالحوالة التي هو عليها يبلغ ٢٠٠٠ فرنك وكانت هذه القيمة تعادل ثلاثة أرباع قيمته لو صار ترجمه يبلغ ٣٦٥٠ فرنك والمطلوب معرفة أرباح الامرين

(٨) كلف رجل ببيع حصاه وبستانه ومنزله بثمن قدره ٥٣٠٠ فرنك وقد قوم عن الحصان بمقدار $\frac{2}{3}$ عن البستان وقوم عن البستان بمقدار $\frac{1}{3}$ عن المنزل والمطلوب معرفة ثمن كل واحد من الحصان والبستان والمنزل

(٩) حنفيتان مسطتان على حوض فلاتة احدهما في مدة ٣ ساعات وملاء الاثنان معا في مدة $1\frac{1}{2}$ ساعه والمطلوب معرفة الزمن الذي يلزم للحنفية الثانية مل الحوض المدكور اذا سلطت عليه وحدها

(١٠) المطلوب تعيين الكسر المكافئ للكسر $\frac{7}{8}$ بحيث يكون مجموع حديه مساويا ١٣٥

(١١) المطلوب تعيين الكسر المكافئ للكسر $\frac{5}{7}$ بحيث يكون الفرق بين حديه مساويا ٢٤

(١٢) عاملان كانا يشتغلان معا وكان أولهما يكتسب قدر مكسب الثاني مرة وثلاث وبعد مضي مدة قبض الاول الذي اشتغل خمسة أيام زيادة عن الثاني مبلغ ١٠٠ فرنك وقبض الثاني مبلغ ٦٠ فرنكا والمطلوب معرفة مكسب كل واحد منهما يوميا وعدد الايام التي اشتغلها

(١٣) اذا استعمل ثلاث حنفيات مل حوض واستعملت رابعة لتفريغه بذاته فاذا افتحت الاولى وحدها ملاءته في $1\frac{1}{4}$ ساعة والثانية في مدة $2\frac{3}{4}$ ساعة والثالثة في مدة ٨ ساعة والرابعة تفرغه في مدة $1\frac{1}{2}$ ساعة والمطلوب معرفة الزمن الذي يلزم لهذه الحنفيات حتى يمتلئ هذا الحوض اذا افتحت معا

(١٤) المطلوب البرهنة على أنه اذا أضيف كسران متعا كسان الى بعضهما كان مجموعهما أكبر من عدد ٣ دائما

(١٥) اذا احتوى برميل على ١٢٠ لتر من الخل واستخرج منه ٤٥ لترا واستعوضت بكمية مساوية لها من الماء ثم استخرج منه مرة ثانية ٥٥ لترا من الخليط الموجود فيه واستعوض أيضا بمقدار مساو له من الماء ثم أعيدت تلك العملية مرة ثالثة والمطلوب معرفة مقدار الخل والماء المشتمل عليهما البرميل

الباب الرابع (في الكسور الاعشارية)

الفصل الاول

(في عديدة الكسور الاعشارية)

(٢٢٥) قد ذكرنا بجمرة (١٤٣) أنه اذا قسم الواحد الصحيح الى عشرة أجزاء متساوية وكل واحد من هذه الاجزاء الى عشرة أجزاء متساوية وكل واحد من هذه الاجزاء الاخيرة الى عشرة أجزاء متساوية أيضا وهكذا أعني أنه اذا قسم الواحد الى أجزاء متساوية تتناقص عن بعضها عشرة ف عشرة فان أحده هذه الاجزاء أو اجتماع بعضها يسمى كسرا اعشاريا وحينئذ فالكسر الاعشاري هو جزء أو عدة أجزاء متساوية من الواحد الصحيح المنقسم الى أجزاء متساوية متساوية عن بعضها عشرة ف عشرة

(٢٢٦) اذا قسم الواحد الصحيح الى عشرة أجزاء متساوية سميت هذه الاجزاء بالاعشار واذا قسم الى مائة جزء متساوية سميت تلك الاجزاء باجزاء من مائة واذا قسم الى ألف جزء متساوية سميت هذه الاجزاء باجزاء من ألف وهكذا

(٢٢٧) يعلم مما ذكر أن قانون تكوين الكسور الاعشارية هو عين قانون تكوين الاعداد الصحيحة ولذا يمكن تكوين متوالية مستمرة من الاعداد الصحيحة والكسور الاعشارية اما أن تكون وحدتها أخذة في الزيادة عشرة ف عشرة أو في النقص كذلك على حسب ما يكون مبدأها الا حاد الصغرى أو العليا هكذا

مليون	(٦)
مئات الوف	(٥)
مشرات الوف	(٤)
آحاد الوف	(٣)
مئات	(٢)
مشرات	(١)
الآحاد الاصلية	
أشار	(١)
أجزاء من مائة	(٢)
أجزاء من ألف	(٣)
أجزاء من عشرة آلاف	(٤)
أجزاء من مائة ألف	(٥)
أجزاء من مليون	(٦)

(٢٢٨) العدد الكسرى الاعشارى هو ما تركب من عدد صحيح وكسراً عشاري وقد يطلق على هذا النوع من العددا اسم العددا الاعشارى تساهلًا فى التسمية وهو غير مقبول حيث يطلق أيضاً على الاعداد الصحيحة اسم الاعداد الاعشارية كما لا يخفى

(٢٢٩) يمكن تطبيق الاصطلاح المتقدم الذى انبثت عليه العدية الوضعية للاعداد الصحيحة على الكسور الاعشارية وهو أن كل رقم موضوع على يسار رقم آخر يدل على آحاداً كبير من آحاد الرقم الآخر بعشر مرات وأن كل رقم موضوع على يمين رقم آخر يدل على آحاداً أصغر من آحاد الرقم الآخر بعشر مرات

حيث أن لاشئ يلزمنا الوقوف على الآحاد أمكاناً بناء على هذا الاصطلاح وعلى كيفية تأليف الكسور الاعشارية أن نقول كل رقم موضوع على يمين الآحاد يدل على أعشار وكل رقم موضوع على يمين الاعشار يدل على أجزاء من مائة وكل رقم موضوع على يمين الأجزاء من مائة يدل على أجزاء من الوف وهكذا لكنه يجب لعدم الالتباس أن يميز الكسور الاعشارية عن الاعداد الصحيحة وقد اختير لذلك إشارة صغيرة توضع بينهما هذه صورتها (و)

(٢٣٠) بناء على ما تقدم اذا أريد كتابة الكسور الاعشارية نقول

أولاً - اذا أريد كتابة العدد المركب من ٤٢ آحاد صحيحة ومن ٣ أعشار ومن ٩ أجزاء من مائة ومن ٥ أجزاء من الوف وضعت كل عددًا عشاري في الرتبة الموافقة له هكذا

٤٢,٣٩٥

ثانياً - اذا خلعت احدى المنازل الاعشارية فانه يوضع محلها صفر فعلى هذا يكتب عدد ٤٢ آحاداً صحيحة و ٣ أعشار و ٥ أجزاء من ألف هكذا

٤٢,٣٠٥

ثالثاً - اذا لم يحتو العدد المطلوب كتابته على آحاد صحيحة فانها تستعوض بصفر فعلى هذا يكتب عدد ٧ أعشار و ٩ أجزاء من مائة و ٨ أجزاء من عشرة آلاف هكذا

٠,٧٩٠٨

رابعاً - اذا قرن العدد للمفوظ به وأجزؤه الاعشارى فقط باسم رتبة اعشارية كسرية فانه يكتب هذا العدد وأجزؤه الاعشارى كانه عدد صحيح ويوضع الفاصل بحيث يشغل الرقم الاخير من جهة اليمين الرتبة القرون العدديها ونستعوض المنازل التى يمكن أن تكون ناقصة بأصفار فعلى هذا الكتابة عدد ثمانية وثلاثين علداً صحيحاً وخمسة مائة وستة أجزاء من عشرة آلاف نقول

حيث ان رقم ٦ يجب أن يكون شاغلا منزلة أجزاء العشرة آلاف أعنى المنزلة الرابعة من بين الفاصل وان العدد الملقوظ به هو ٥٠٦ لا يحتوى الاعلى ثلاثة أرقام فقط فيوضع صفر حينئذ قبل الرقم الاول الاعشارى هكذا ٣٨,٠٥٠٦

وكذا لو أريد كتابة عدد ثلثمائة وثمانين ألفا وخمسمائة وستة أجزاء من عشرة آلاف فانه يكتب العدد الملقوظ به أولا على صورة العدد الصحيح هكذا ٣٨٠,٥٠٦ ثم يوضع الفاصل بعد ذلك بحيث يشغل رقم ٦ رتبة أجزاء العشرة آلاف هكذا ٣٨,٠٥٠٦ ومما ذكرته هذه القاعدة العامة

(٢٣١) لكتابة أى عدد كسرى أعشارى يكتب أولا جزؤه الصحيح ثم الفاصل ثم الجزء الاعشارى منه كالمو كان عددا صحيحا بحيث يشغل الرقم الاول من جهة اليمين المنزلة الاعشارية الملقوظة ثم يستعوض المنازل الناقصة بأصفار أما ان كان العدد الملقوظ به مقرونا باسم منزلة أعشارية كسرية فقط فانه يكتب كأنه عدد صحيح ثم يوضع الفاصل بعد ذلك بحيث يكون الرقم الاول منه من جهة اليمين شاغلا محل الرتبة الاعشارية الملقوظة

(٢٣٢) لقراءة كسرى أعشارى أو عدد كسرى أعشارى مكتوب مثل ٤٢,٣٩٥ نقول أولا - من المعلوم أنه يمكن قراءة هذا العدد بواسطة أن يتلفظ أولا بجزئه الصحيح ثم يتلفظ بعده على التوالي بالاعشار و بأجزاء المائة و بأجزاء الالف و هلم جرا فيقال اثنان وأربعون آحادا صحيحة وثلاثة أعشار وتسعة أجزاء من مائة وثلاثة أجزاء من الالف ثانيا - اذا لوحظ أن ٣ أعشار تعادل ٣٠ جزءا من مائة أو ٣٠٠ جزءا من ألف وأن ٩ أجزاء من مائة تعادل ٩٠ أجزاء من الالف ومن ٩٠ أجزاء من ألف أيضا ومن ٥ أجزاء من ألف أو يتركب من ٤٢ آحادا صحيحة ومن ٣٩٥ أجزاء من ألف وعلى ذلك يتلفظ به هكذا اثنان وأربعون آحادا صحيحة وثلاثمائة وخمسة وتسعون أجزاء من الالف

ثالثا - حيث انه يمكن تحويل الآحاد الصحيحة الى وحدات أعشارية من فروع الرتبة الاخيرة لان عدد ٤٢ يعادل ٤٢٠٠ جزءا من ألف أمكن قراءة العدد المفروض بواسطة ضم جميع أجزاء الالف الى بعضها بأن يقال اثنان وأربعون ألفا وثلاثمائة وخمسة وتسعون أجزاء من ألف ومن ذلك نتج هذه القاعدة العامة

(٢٣٣) القاعدة العامة لقراءة عدد كسرى أعشارى بتلفظ أولاً بجزئته الصحيح ثم بجزئته الاعشارى كالألو كان عددا صحيحا ثم يقرن بعد ذلك باسم وحدات الرتبة الدال عليها الرقم الاخير الاعشارى

ويمكن قراءة العدد الكسرى الاعشارى بواسطة أن يتلفظ به جميعه بقطع النظر عن الفاصل ثم يقرن بعد ذلك باسم وحدات المرتبة الاخيرة الدال عليها الرقم الاخير وكذلك يمكن قراءته مجزأ الى أجزاء بأن يتلفظ بالصحيح ثم بالاعشار ثم بأجزاء المئين ثم بأجزاء الألوف وهكذا

(٢٣٤) القاعدة الاولى - كل كسراً أعشارى يمكن اعتباره كأنه كسراً اعتيادى مقامه واحد متبوع بأصفار

فالكسر ٦٨٥، حيث انه عبارة عن ٦٢٥ جزأ من ألف يمكن وضعه هكذا $\frac{625}{1000}$

ومثله العدد الكسرى الاعشارى ٣,١٤١٦ يمكن وضعه هكذا $\frac{31416}{10000}$

وهذا ناتج من قواعد عديدة السكورا الاعتيادية

واذن فبسط الكسر هو عبارة عن العدد الاعشارى جميعه بما فيه الصحيح بقطع النظر عن الفاصل وأما مقامه فهو واحد متبوع بأصفار بقدر عدد الأرقام الاعشارية

(٢٣٥) وبالعكس اذا أريد وضع كسراً اعتيادى مقامه واحد متبوع بأصفار على صورة كسراً أعشارى يكتب كسراً البسط وفصل أرقام أعشارية من يمينه بقدر أصفار المقام أما اذا كان عدد الاصفار يزيد عن عدد أرقام البسط فانه يوضع أصفار على يسار البسط بحيث يكون مجموعها هي وأرقام البسط مساوي للعدد الاصفار الموجودة بالمقام فعلى هذا اذا أريد وضع الكسر $\frac{40}{10000}$ على صورة كسراً أعشارى كتب هكذا ٠,٠٠٠٤٥

(٢٣٦) تنبيه - يمكن بيان جميع القواعد الخاصة بالسكورا الاعشارية اعتماداً على أنه يمكن تحويلها الى كسوراً اعتيادية ذات حدين لكنه مع ذلك يمكن استخراجها مباشرة بناء على قاعدة العديدة الاعشارية الاساسية

فالطريقة الاولى وان كانت عامة غير أن الثمانية أبسط وأقرب لأدراك المبتدى

(٢٣٧) القاعدة الثانية - لا يتغير مقدار الكسر الاعشارى أو العدد الكسرى الاعشارى اذا وضع أو حذف من يمينه صفر أو صفران أو عدة أصفار

فالعددان ٢٣,٧ و ٢٣,٧٠٠ متساويان وذلك لأن كل رقم من الأرقام المعنوية ٢٣,٧ و ٢٣,٧٠٠ شاغل عين المحل في العددين

وكذا يمكن أن يقال إن عدد ٢٣,٧٠٠ يمكن اعتباره مكانه عبارة عن ٢٣٧٠٠ أجزاء من ألف (٢٣٢) وأما عدد ٢٣,٧ وإن كان يكافئ العدد ٢٣٧ أعشار غير أنه لما كان العشر الواحد يعادل مائة مرة الجزء من ألف كان عدد ٢٣٧ أعشار يعادل ٢٣٧٠٠ أجزاء من ألف وهو المراد

(٢٣٨) القاعدة الثالثة - لتكبير أو لتصغير قيمة أي عدد كسري أعشاري عما كانت عليه عشر مرات أو مائة مرة أو ألف مرة فالخ يقدّم الفاصل الأعشاري جهة اليمين أو يؤخر جهة اليسار منزلة أو منزلتين أو ثلاث منازل الخ

فعدد ٢٣,٧٥ أكبر من عدد ٢,٣٧٥ مائة مرة وذلك لأن كل رقم من أرقام العدد الأول يدل على أحاد أكبر مما يدل عليه الرقم المذكور في العدد الثاني بمائة مرة فرقم ٥ مثلاً يدل في العدد الأول على أعشار وفي الثاني على أجزاء من ألف ولا شك أن العشر يعادل مائة مرة الجزء من ألف ورقم ٧ يدل في العدد الأول على أحاد صحيحة وفي الثاني على أجزاء من مائة وهكذا

وبعين هذه البراهين نرى أن عدد ٢,٣٧٥ أصغر بمائة مرة من العدد ٢٣٧,٥

(٢٣٩) تنبيه - إذا حذف فاصل الأعشار من أي عدد أعشاري كسري وبعبارة أخرى إذا ضرب أي عدد كسري أعشاري في واحد متبوع بأصغار بقدر عدد أرقامه الأعشارية فإنه يعتبر الفاصل دائماً كما أنه موجود على عين رقم أحاد العدد الناتج

فإذا ضرب عدد ٢٧,٥٣ في مائة وصار ٢٧٥٣ فإن الفاصل يعتبر كما أنه موجود على عين رقم ٣

الفصل الثاني

(في عمليات الكسور الأعشارية)

(في جمع وطرح الكسور الأعشارية)

(٢٤٠) حيث قد علم مما تقدم أن قانون تأليف الكسور الأعشارية هو عين القانون الذي اتبع في تأليف الأعداد الصحيحة بمعنى أن أحادها ما آخذة في الكبير عشرة فعشرة أو آخذة في الصغر كذلك فيمكن بالنسبة على ذلك تطبيق قواعد الجمع والطرح التي أجريت على الأعداد

الصحيحة بلا فرق على الكسور الاعشارية انما يلاحظ فقط عند كتابة الاعداد المراد جمعها أو التي يراد اجراء عملية الطرح عليها أن تكون تحت بعضها بحيث تكون الأحاد المتحدة المنزلة في غود واحد رأسى وفواصل الاعشارية كذلك

مثال الجمع

٧٣,٦

٨,٥٣٩

٥٤٧,٢٨

٠,٦٣٨٤

حاصل الجمع ٦٣٠,٠٥٧٤

فنبدأ أولاً بجمع أجزاء عشرات الالوف ثم أجزاء الالوف ثم أجزاء المئين ثم الاعشار ثم الاحاد الصحيحة ثم العشرات ثم المئات ولا لزوم لوضع أصفار على يمين الاعداد التي لم تحتو على أربعة أرقام اعشارية

مثال الطرح

٩,٦

٥,٤٣٧

الباقى ٤,١٦٣

فنبدأ أولاً بطرح ٧ أجزاء من ألف من ١٠ أجزاء من ألف ثم بطرح ٣ أجزاء من مائة من ٩ أجزاء من مائة ثم بطرح ٤ أعشار من ٥ أعشار ثم بطرح ٥ أجزاء صحيحة من ٩ أجزاء صحيحة ولا لزوم لوضع أصفار على يمين المطروح منه لتصل محل المنازل الخالية منه

(في ضرب الكسور الاعشارية)

(٢٤١) لضرب الكسور الاعشارية حالتان

(٢٤٢) الحالة الاولى - أن يكون المضروب فيه عددا صحيحا والمضروب عددا كسريا أعشاريا أو كسرا أعشاريا

فإذا أريد ضرب ٣٦,٤٢٨ في ١٢ نقول

انه بمقتضى التعريف العام لضرب الاعداد الصحيحة يجب تكرار المضروب ٣٦,٤٢٨ أو ٣٦٤٢٨ أجزاء من ألف اثني عشر مرة غير أن تكرار ٣٦٤٢٨ أحادا صحيحة ١٢ مرة يعادل ٤٣٧١٣٦ أجزاء صحيحة وحيث ذكرنا ٣٦٤٢٨ أجزاء من ألف ١٢ مرة يعادل ٤٣٧١٣٦ أجزاء من ألف أو يعادل ٤٣٧,١٣٦ وأذن فيجب فصل ثلاثة أرقام أعشارية من بين الحاصل أعنى أرقاما أعشارية بقدر الموحدة على يمين المضروب

(٢٤٣) فالقاعدة العمومية لضرب عدد كسري أعشاري أو كسر أعشاري في عدد صحيح بقطع النظر عن فاصل الأعشار في المضروب ثم تجرى عملية الضرب كالأجريت على الأعداد الصحيحة وبعد تحصيل الحاصل يفصل من عينه أرقام أعشارية بقدر الأرقام الأعشارية الموجودة في المضروب وصورة العمل هكذا

$$\begin{array}{r}
 \text{مضروب} \quad ٣٦,٤٢٨ \\
 \text{مضروب فيه} \quad ١٢ \\
 \hline
 ٧٢٨٥٦ \\
 ٣٦٤٢٨ \\
 \hline
 \text{حاصل الضرب} \quad ٤٣٧,١٣٦
 \end{array}$$

(٢٤٤) الحالة الثانية - أن يكون المضروب فيه كسرا أعشاريا أو عددا كسريا أعشاريا والمضروب عددا تاما (صحيحا كليا أو أعشاريا)

فإذا أريد ضرب ٤,٦٢٥ في ٣٧, نقول أنا إذا لاحظنا التعريف العمومي لضرب الكسور الاعتيادية (١٩٩) نرى أن حاصل الضرب يتألف من المضروب ٤,٦٢٥ كمتألف المضروب فيه ٣٧, من الآحاد وحيث أن المضروب فيه يتألف من الجزء المئتيين للواحد الصحيح ٣٧ مرة فيتألف إذن حاصل الضرب من الجزء المئتيين للمضروب ٣٧ مرة ولنا يجب تكرار الجزء المئتيين للمضروب ٣٧ مرة أما الجزء المئتيين للمضروب ٤,٦٢٥ فهو ٠,٤٦٢٥ بواسطة تقديم الفاصل منزلتين جهة اليسار وهو عدد يحتوي على أرقام أعشارية بقدر الموجودة في المضروب والمضروب فيه وتكراره ٣٧ مرة يحصل ١,٧١١٢٥ كما تقدم في الحالة الأولى

(٢٤٥) والقاعدة العمومية لضرب عددا في كسر أعشاري أو في عدد كسري أعشاري أن يقطع النظر عن فاصل الأعشار في المضروبين وتجري عملية الضرب كالأجريت على الأعداد الصحيحة وبعد تحصيل حاصل الضرب يفصل من عينه أرقام أعشارية بقدر الأرقام الأعشارية الموجودة في المضروبين وصورة العمل هكذا

$$\begin{array}{r}
 \text{مضروب} \quad ٤,٦٢٥ \\
 \text{مضروب فيه} \quad ٣٧ \\
 \hline
 ٣٢٣٧٥ \\
 ١٢٨٧٥ \\
 \hline
 \text{حاصل الضرب} \quad ١,٧١١٢٥
 \end{array}$$

(٢٤٦) تنبيه أول - من المعلوم أنه يمكن تطبيق القاعدة المتقدمة في حالة ما إذا كان المضروب عددا صحيحا غير أن قطع النظر عن فاصل الاعشار لا يكون في هذه الحالة الا في المضروب فيه وأن عدد الارقام الاعشارية التي يجب فصلها من بين حاصل الضرب لا تكون الا بقدر عدد الارقام الاعشارية الموجودة في هذا العامل فقط

(٢٤٧) تنبيه ثان - انه بناء على امكان تحويل الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية مكافئة لها يمكن البرهنة على قواعد ضرب الكسور الاعشارية بالطريقة الآتية
اذا أردت ضرب $٤,٦٢٥$ في ٣٧ ، نقول ان هذه العملية تول الى ضرب $\frac{٤٦٢٥}{١٠٠٠}$ في $\frac{٣٧}{١٠٠}$ أو الى $\frac{٣٧ \times ٤٦٢٥}{١٠٠ \times ١٠٠٠} = \frac{١٧١١٢٥}{١٠٠٠٠٠} = \frac{١٧١١٢٥}{١٠٠٠٠} \div ١٠ = \frac{١٧١١٢٥}{١٠٠٠} \div ١٠$ وهذا عين الناتج السابق

(في قسمة الكسور الاعشارية)

(٢٤٨) الحالة الاولى - أن يكون المقسوم عددا كسريا أو اعشاريا والمقسوم عليه عددا صحيحا
فإذا أردت قسمة $٥٧٢,٣٢$ على ٨ نقول

الغرض من قسمة $٥٧٢,٣٢$ على ٨ أو قسمة ٥٧٢٣٢ أجزاء مئتين على ٨ هو البحث عن عدد الأجزاء المئوية الذي اذا ضرب في ٨ يتحصل منه ٥٧٢٣٢ أجزاء مئتين أو هو البحث عن أعظم عدد من الأجزاء المئوية الذي اذا ضرب في ٨ يمكن طرح حاصل ضربها من ٥٧٢٣٢ أجزاء مئتين وإذن فلا تختلف عملية القسمة هذه بشئ مما عن عملية قسمة الأعداد الصحيحة غير أن عدد مرات الاحتواء أو خارج القسمة يكون ضرورة من جنس أجزاء المئين وبناء على ما ذكر يقسم ٥٧٢٣٢ على ٨ بالطريقة المعتادة وأما خارج القسمة الذي يكون إما حقيقيا أو قريبا من الحقيقة بأقل من واحد فانه يكون أجزاء مئتين هكذا

$$\begin{array}{r} ٨ \overline{) ٥٧٢,٣٢} \\ ٧١,٥٤ \\ \hline ١٢ \\ ٤٣ \\ ٣٢ \end{array}$$

فعدد $٧١,٥٤$ أجزاء مئتين أو عدد $٧١,٥٤$ هو خارج القسمة الحقيقي

(في خارج القسمة التقريبي)

(٢٤٩) فلخرج القسمة التقريبي حالتان وهما إما أن يكون أقل من خارج القسمة الحقيقي وإما أن يكون أكبر منه

فإذا قسم مثلاً ٢٨ و ٥١ على ١٢ فإن خارج القسمة هو ٢٣٧ جزء من مائة أو ٢,٣٧ ويبقى للقسمة باقي قدره ٧ أجزاء من مائة وأما خارج القسمة الحقيقي فهو عبارة عن ٢,٣٧ مضافاً إليه الجزء الثاني عشر من عدد ٧ أجزاء من مائة الذي هو دون واحد من مائة واذن يكون خارج القسمة الحقيقي محصوراً بين ٢٣٧ أجزاء من مائة وبين ٢٣٨ أجزاء من مائة فإذا أخذنا أحدهما أو الآخر بدل خارج القسمة الحقيقي فإنه يقال إن خارج القسمة يفرق عن خارج القسمة الحقيقي بأقل من واحد من مائة أو هو مقرب بأقل واحد من مائة غير أن الأول بالعجز والثاني بالزيادة

والمعتاد هو أخذ المقدار الأول بدل خارج القسمة الحقيقي غير أن الثاني يكون أولى اختياراً منه إذا كان أكثر قرباً لخارج القسمة الحقيقي من الأول

فإذا تأملنا في المثال المتقدم نرى أن العدد ٢,٣٧ ينقص عن خارج القسمة الحقيقي بالجزء الثاني عشر لعدد ٧ أجزاء من مائة أو بسبعة أمثال الجزء الثاني عشر لواحد من مائة أعني أنه ينقص عنه بأكثر من نصف واحد من مائة وأن العدد ٢,٣٨ لا يزيد عن خارج القسمة الحقيقي إلا بخمسة أمثال الجزء الثاني عشر لواحد من مائة أي لا يزيد عنه إلا بأقل من نصف واحد من مائة وحينئذ فاختبار المقدار الثاني هو أولى في هذه الحالة

ومن المعلوم أن تلك الأولوية لا تأتي إذا كان باقي القسمة أقل من نصف المقسوم عليه ١٢ أما إذا كان باقي عملية القسمة مساوياً لنصفه ٦ فإن كل واحد من مقداري خارجي القسمة المقربين يفرق عن خارج القسمة الحقيقي بمقدار نصف واحد من مائة وبناء على ما ذكر يجب كلما كان الباقي أكبر من نصف المقسوم عليه ضم واحداً واحداً إلى الرقم الأخير المتحصل في خارج القسمة وهذا ما يسمى بجبر الرقم الأخير بواحد

(٢٥٠) والقاعدة العمومية لقسمة عدد أعشاري على عدد صحيح هي أن تجري عملية القسمة كما لو كانت على عددين صحيحين ويبحث عن خارج القسمة مقرباً بأقل من واحد من المنزلة الأخيرة منه ويفصل منه أرقام أعشارية بقدر عدد الأرقام الأعشارية الموجودة في المقسوم

(٢٥١) تنبيه أول - يكتب في الأعمال وضع فاصل الاعشار في خارج القسمة عند انزال اجزاء اعشار المقسوم الكلى

(٢٥٢) تنبيه ثان - اذا لم يحتو المقسوم على جزء صحيح فانه يوضع في خارج القسمة صفر ليحل محل آحاده الصحيحة وكذا يوضع اصفار على عين الفاصل بقدر الارقام التى يتم انزالها من ارقام المقسوم ولم تكون عددا يقبل القسمة على المقسوم عليه

فاذا قسم ٥٠٤٤٠ على ٨ كان خارج القسمة الحقيقى هو ٦٨٠٠

(في درجة تقريب خارج القسمة)

(٢٥٣) درجة تقريب خارج القسمة ترتبط دائماً ببناء على ما تقدم برتبة الرقم الاخير الاعشارى للمقسوم وأن الخطأ المترتب فيه يكون اما أقل من واحداً ومن نصف واحد من هذه الرتبة

فاذا أريد إيجاد مقدار خارج القسمة مقرباً بأقل من وحدة ما أعشارية لزم إذن أن يوجد فى المقسوم وحدات من نوع هذه الرتبة الاعشارية المراد التقريب اليها ولذا يجب عند الحاجة وضع صفر أو صفرين أو ثلاثة اصفار على عين المقسوم للوصول الى هذا الغرض

مثال ذلك اذا أريد إيجاد خارج قسمة ٢٠٥١ على ١٢ مقرباً بأقل من واحد من مائة ألف يجرى العمل هكذا

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 28,01000} \\
 \underline{237583} \\
 40 \\
 91 \\
 70 \\
 100 \\
 40 \\
 4
 \end{array}$$

بأن يوضع ثلاثة اصفار على عين المقسوم ليبدل الرقم الاخير على الرتبة الاعشارية المراد التقريب اليها ويكون عدد ٢٣٧٥٨٣ هو خارج القسمة مقرباً بأقل من واحد من مائة ألف

(٢٥٤) يستغنى عادة عند اجراء الأعمال عن وضع تلك الاصفار بواسطة الاكتفاء بوضع صفر على عين كل باق يحدث حتى يتحصل فى خارج القسمة الارقام الاعشارية المطلوبة

(٢٥٥) تطبق القاعدة المتقدمة على قسمة الاعداد الصحيحة دائماً عند عدم الاكتفاء بالجزء الصحيح من خارج القسمة وعندما يطلب تكميل المقدار الباقي منه بكسر اعتيادى

ويقال في هذه الحالة أنه صار تقويم الجزء الباقي من خارج القسمة بكسر أعشاري فإذا أريد تقويم الجزء الباقي من خارج قسمة ٤٨٩٥ على ٥٤٨ بكسر أعشاري بحيث يكون مقربا بأقل من واحد من مائة نضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r} ٥٤٨ \overline{) ٤٨٩٥} \\ ٨٧٦ \\ \hline ٥١١٠ \\ ١٧٨٠ \\ \hline ١٣٦ \end{array}$$

ثم تستقر عملية القسمة بعد إيجاد الرقم الصحيح ٨ من خارج القسمة بواسطة وضع صفر على عین الباقي ٥١١ ثم وضع صفر آخر على عین الباقي التالي له ١٧٨ وهذه العملية هي عين كوننا اعتبرنا المقسوم ٤٨٩٥ كانه ٤٨٩٥٠٠ أجزاء من مائة ويكون عدد ٨٧٦ هو خارج القسمة مقربا بأقل من واحد من مائة بالجزء

(٢٥٦) تنبيه - تطبق القاعدة المذكورة أيضا عن قسمة عددین صحيحین لا يكون خارج قسمة ما عدا صحيحا

فإذا أريد قسمة ٨ على ٢٤٥ مثلا بحيث يكون الخارج مقربا بأقل من واحد من عشرة آلاف أجرى العمل هكذا

$$\begin{array}{r} ٢٤٥ \overline{) ٨٠٠} \\ ٠٠٣٢٦ \\ \hline ٦٥٠ \\ ١٦٠٠ \\ \hline ١٣٠ \end{array}$$

ويكون عدد ٠٠٣٢٦ هو خارج القسمة مقربا بأقل من واحد من عشرة آلاف بالجزء (٢٥٧) يتأتى غالباً عند تقويم خارج القسمة بكسر أعشاري أن بعض أرقام خارج القسمة

يتجدد ظهورها بدون انقطاع على عین الترتيب الأول كما في المثال الآتي

ليكن المطلوب قسمة ٦٢ على ١١ فنجرى العملية كما يأتي

$$\begin{array}{r} ١١ \overline{) ٦٢} \\ ٥٥ \\ \hline ٥٦٣٦ \\ ٥٥ \\ \hline ١٣٦ \\ ١١ \\ \hline ٢٦ \\ ٢٢ \\ \hline ٤٠ \\ ٣٣ \\ \hline ٧٠ \\ ٦٦ \\ \hline ٤٠ \end{array}$$

ثم نشاهد أن المقاسيم الجزئية ٧٠ و ٤٠ التي يتوالى ظهورها بدون انقطاع مع استمرار عملية القسمة يتأق منها دائماً في خارج القسمة عين الأرقام ٦ و ٣ وفي مثل هذه الحالة يقال إن خارج القسمة دورى ويقال لعدد ٦٣ بالجزء الدورى وسأق الكلام على ذلك

(٢٥٨) الحالة الثانية - أن يكون المقسوم عددا صحيحا أو عددا كسريا عشاريا والمقسوم عليه عددا كسريا عشاريا

المثال الاول - ليكن المطلوب قسمة ٢٨,٩٣٤ على ٦,٧٥ نقول

من المعلوم أنه لا يتأق أن نعتبر هنا أن الغرض من عملية القسمة هذه هو تقسيم المقسوم الى عدة أجزاء متساوية لان هذا يستلزم أن يكون المقسوم عليه عددا صحيحا

ولو اعتبرنا أن الغرض منها هو البحث عن عدد مرات انحصار المقسوم عليه في المقسوم فانا لا نرى لذلك معنى فيما اذا لم يكن خارج القسمة عددا صحيحا أو فيما اذا كان المقسوم دون المقسوم عليه

واذن فالاولى أن نرجع في الاعتبار الى التعريف العمومى للقسمة بأن نقول ان الغرض منها هو البحث عن العدد الذى اذا ضرب في المقسوم عليه ٦,٧٥ يتحصل المقسوم ٢٨,٩٣٤

فاذا فرض أن خارج القسمة الحقيقى معلوم وضرب في عدد ٦,٧٥ بدل ضربه في ٦,٧٥ فان حاصل الضرب لا يكون ضرورة عين المقسوم ٢٨,٩٣٤ بل أكبر منه مائة مرة أى مساويا الى ٢٨٩٣,٤ وحينئذ فيشاهد أن خارج قسمة ٢٨,٩٣٤ على ٦,٧٥ هو عين خارج قسمة ٢٨٩٣,٤ على ٦٧٥ وبذلك فقد رجع الامر الى الحالة الاولى

قد يتأق أنه لا يمكن الحصول على خارج القسمة الحقيقى لهذه العملية الاخيرة (أى بعد حذف الفاصل من المقسوم عليه وبعد تقديمه منزلتين جهة اليمين في المقسوم) انما يبحث في هذه الحالة عن أعظم عدد من أجزاء العشار أو من الأجزاء الثنائية أو من أجزاء الألوف الخ الذى اذا ضرب في ٦٧٥ يتحصل عددا أصغر من ٢٨٩٣,٤ وهذه صورة العملية

$$\begin{array}{r}
 ٦٧٥ \overline{) ٢٨٩٣,٤} \\
 \underline{٤٢٨٦} \\
 ١٩٣٤ \\
 \underline{٥٨٤٠} \\
 ٤٤٠٠ \\
 \underline{٣٥٠}
 \end{array}$$

وخارج القسمة هو ٤,٢٨٦ مقرباً بأقل من ٠,٠٠١ بالعجز أو هو ٤,٢٨٧ مقرباً بأقل من نصف واحد من ألف بالزيادة

المثال الثاني - أن يكون المطلوب قسمة ٩ على ٢,٢٨
إذا حذف فاصل الاعشار من المقسوم عليه وضرب المقسوم في ١٠٠ وأجريت عملية القسمة

$$\begin{array}{r} 378 \\ 228 \overline{) 900} \\ 1440 \\ 3060 \\ 36 \end{array}$$

يكون خارج القسمة هو ٢,٣٨ مقرباً بأقل من ٠,٠٠١

(٢٥٩) القاعدة العمومية لقسمة عدد صحيح أو أعشاري على عدد كسري أعشاري يحذف فاصل الاعشار الكائن في المقسوم عليه حتى يكون صحيحاً فيصير بذلك أكبر مما كان عليه إما بعشرة مرات أو بمائة مرة أو بألف مرة الخ ثم يكبر المقسوم أيضاً عما هو عليه إما عشرة مرات أو مائة مرة أو ألف مرة الخ مثل المقسوم عليه إما بتقديم فاصل الاعشار جهة اليمين منزلة أو منزلتين أو أكثر إن كان أعشارياً أو بوضع صفر أو صفريين أو أكثر على يمينه إن كان عدداً صحيحاً وبذلك يرجع الامر إلى الحالة الأولى

(٢٦٠) يتضح مما ذكر من البراهين أن خارج القسمة الحقيقي لأي عددين كيف اتفقا لا يتغير إذا ضرب العددين المذكوران في عدد ما ثالث وقد سبق برهنة هذه الخاصية (بمرة ٧٥) على عددين صحيحين وقد ذكر فيما يحصل لباقي العملية وحيث كانت هذه البرهنة عامة وتنطبق على الأعداد الأعشارية مثل انطباقها على الأعداد الصحيحة لزم أن إذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه في ١٠ أو في ١٠٠ أو في ١٠٠٠ أو في الخ أن يضرب الباقي أيضاً في هذا العدد

هذه الملاحظة وإن كانت في حد ذاتها قليلة الأهمية لكنها تكون مهمة جداً عند ما يراد عمل ميزان القسمة بواسطة الضرب لأنه يجب في هذه الحالة قسمة الباقي على ١٠ أو على ١٠٠ أو على ١٠٠٠ أو على الخ لردّه إلى قيمته الأصلية

فيحصل من المثالين السابقين أن

$$28924 = 4286 \times 6750 + 40030 \quad \text{و} \quad 28924 = 228 \times 1278 + 36003$$

(في تقويم خارج قسمة عددين أعشاريين بدرجة تقرب معينة)

(٢٦١) لتقويم خارج قسمة عددين يكون المقسوم عليه بالأقل أعشاريا بدرجة تقرب معينة يبدأ أولاً في ترجيع عملية القسمة هذه إلى أخرى يكون المقسوم عليه فيها عددا صحيحا (٢٥٩) ثم يطبق عليها قاعدة التقريب المتقدمة (٢٥٣)

مثال ذلك ليكن المطلوب إيجاد خارج قسمة ٥٨٠ على ٣٤١٦ مقرباً بأقل من ٠.٠١ نقول انه يمكن ترجيع هذه العملية إلى العملية الآتية وهي قسمة ٥٨٠٠ على ٣٤١٦ ويستمر العمل حتى يظهر رقبان أعشاريان في خارج القسمة هكذا

$$\begin{array}{r} 3416 \overline{) 5800} \\ 1769 \\ \hline 23840 \\ 33440 \\ \hline 6696 \end{array}$$

ويكون خارج القسمة هو ١,٧٦٩ مقرباً بأقل من ٠.٠١

(٢٦٢) تنبيهه - يمكن الوصول إلى قاعدة قسمة الأعداد الأعشارية باعتبار هذه الأعداد كأنها أعداد كسرية ذات حدين أي باعتبار الكسور الاعتيادية المكافئة لها ثم نطبق قاعدة قسمة الكسور الاعتيادية عليها

فاذا أردت قسمة ٢٨٩٣٤ على ٦٧٥ نقول ان هذه العملية ترجع إلى عملية القسمة الآتية وهي قسمة $\frac{28934}{1000}$ على $\frac{775}{100}$

وبناء على ما تقدم (نمرة ٢٢١) يحدث

$$\frac{28934}{775} = \frac{28934}{775 \times 100} = \frac{100 \times 28934}{775 \times 1000} = \frac{775}{100} : \frac{28934}{1000}$$

وهو ما يخطابق القاعدة

الفصل الثالث

(في تحويل الكسور الاعتيادية إلى كسور أعشارية)

(وتحويل الكسور الاعشارية إلى كسور اعتيادية)

(٢٦٣) استعمال الكسور الاعشارية أخذ شياً فشيئاً في أن يستعوض استعمال الكسور الاعتيادية التي لا يزال استعمالها جارياً في الأعمال التجارية وفي حساب البنوك

فيتلطف الى الآن بالكسور البسيطة الآتية $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ وتستعمل في الاعمال كثيرا غير أن الأكثر تداولاً هي هذه الالفاظ خمسة في المائة أو ٥٠. و ٣٣ في المائة أو ٣٣. و ٢٥ في المائة أو ٢٥. وهكذا وغير ذلك فإن هناك ألفاظ أخرى متداولة ليس لها مقابل في الكسور الاعتيادية مثل ٧ في المائة و ١٣ في المائة و ٢٨ في المائة وهكذا. وبالجملة فإن أغلب جميع الاعمال جارية على الكسور الاعشارية وعلى أي حال فن المقيد معرفة مكان الانتقال من جملة تعدادية الى جملة أخرى أي معرفة امكان تحويل كسور اعتيادية الى كسور اعشارية وبالعكس أي تحويل كسور اعشارية الى كسور اعتيادية

(في تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية)

(٢٦٤) الحالة الاولى - ليكن المطلوب تحويل الكسر الاعتيادي $\frac{1}{11}$ الذي مقامه قوة لعدد ١٠ الى كسر اعشاري نقول

انا قد شاهدنا (بمرة ٢٣٤) أن الكسر $\frac{1}{11}$ وان دلت صورته الظاهرية على كسر اعتيادي غير أنه هو في الحقيقة كسر اعشاري ويمكن وضعه مباشرة على هذه الصورة ٠,٩١

الحالة الثانية - أن يكون المطلوب تحويل الكسر الاعتيادي $\frac{5}{8}$ الى كسر اعشاري نقول حيث ان كل كسر اعتيادي يمكن اعتباره كخارج قسمة بسطه على مقامه (١٥٣) كفي للوصول الى هذا الغرض أن يقوم خارج قسمة ٥ على ٨ بالكسور الاعشارية وأن يتبع ما ذكر (بمرة ٢٥٦) هكذا

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 50} \\ 40 \\ \hline 10 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

وتوضيح هذه العملية نقول نحن خمسة آحاد هو صفر فنحول الخمسة آحاد الى أجزاء من عشرة ثم نقول نحن الخمسين جزءاً من عشرة هو ٦ أجزاء من عشرة وحاصل ضرب ٨ في ٦ أعشار يتحصل منه ٤٨ أجزاء من عشرة فإذا طرح من ٥٠ أجزاء من عشرة يبقى ٢ أجزاء من عشرة يحول الى أجزاء من مائة ثم نقول نحن العشرين جزءاً من مائة هو ٢ من مائة وحاصل ضرب ٨ في ٢ أجزاء من مائة يتحصل منه ١٦ أجزاء من مائة وبطرحه من ٢٠ جزءاً من مائة يبقى ٤ أجزاء من مائة يحول الى أجزاء من ألف وهكذا

ويكون خارج القسمة الحقيقي هو ٠.٦٢٥. وأذن فيكون $\frac{5}{8} = 0.625$.
الحالة الثالثة - أن يكون المطلوب تحويل الكسر $\frac{5}{7}$ الى كسر أعشاري

$$\begin{array}{r} 0. \\ 7 \overline{) 5.000000} \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{21} \\ 90 \\ \underline{84} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \end{array}$$

نقول حيث ان الكسر $\frac{5}{7}$ هو عبارة عن خارج قسمة ٥ على ٧. فيقوم خارج القسمة
بالاجزاء الاعشارية كما سبق لكنه يشاهد بعد عملية القسمة السادسة أن البواقي السابقة قد
أخذت في عود الظهور على التعاقب بدون انقطاع ويكون خارج القسمة كسر ادوريا (٢٥٧)
(٢٦٥) اذا قارنا الجزء الاول الدوري ٠.٧١٤٢٨٥ بالكسر $\frac{5}{8}$ أو بخارج القسمة
الحقيقي نرى أنه ينقص عنه بكسر أقل من واحد مليون ثم اذا قارنا الجزئين الاولين الدوريين
٠.٧١٤٢٨٥٧١٤٢٨٥ بخارج القسمة الحقيقي نرى أيضا أن مقدارهما الاعشاري ينقص
عنه بكسر أقل من واحد ترليون غير أن هذا الفرق الثاني يقل بكثير عن الاول ولوقارنا الاجزاء
الثلاثة الدورية الاول بخارج القسمة الحقيقي نرى أن قيمتها الاعشارية وان كانت تنقص عن
القيمة الحقيقية لخارج القسمة غير أن الفرق بينهما أقل بكثير عن الفرق الثاني وهكذا وحينئذ
فهما كان عددا لاجزاء الدورية التي يمكن اعتبارها فان قيمتها الاعشارية لا يمكن أن تكون مكافئة
للكسر الاعتيادي $\frac{5}{8}$ الا أنه كلما زيد في عدد الاجزاء الدورية فان قيمتها الاعشارية تأخذ
في القرب شيئا فشيئا من قيمة الكسر الاعتيادي بمعنى أن الفرق يأخذ في التناقص شيئا فشيئا
وبناء عليه فتكون القيمة الحقيقية لخارج القسمة هي نهاية المقادير المختلفة المتزايدة المتحصلة
من أخذ عدد متزايد الى غير نهاية من الاجزاء الدورية

(٢٦٦) تنبيه - ينتج من المتباليين السابقين أن بعض الكسور الاعتيادية يمكن تحويلها
الى كسور أعشارية مكافئة لها في القيمة وأن البعض الآخر غير ذلك ولذا يجب البحث عن
الشروط الضرورية والكافية لمعرفة امكان التحويل

(٢٦٧) القاعدة الاولى - يجب وبكفي لامكان تحويل أى كسر اعتيادى الى كسر اعشارى يكافئه أن لا يشتمل مقامه على عوامل أولية غير العاملين ٢ و ٥

وذلك لان تحويل الكسر الاعتيادى الى كسر اعشارى يستلزم وضع صفر على يمين البسط وعلى يمين كل باق يحدث في عملية القسمة وهذا هو عبارة عن ضرب بسط الكسر في واحد متبوع بأصفار وقسمة الحاصل على المقام

ففي عملية تحويل الكسر $\frac{9}{8}$ الى كسر اعشارى قد قسم في الحقيقة عدد ٥٠٠٠ على ٨ وحيث ان عدد $10 = 2 \times 5$ وأن أى قوة لعدد ١٠ لا تحتوى على عوامل أولية خلاف ٢ و ٥ فإذا كان الكسر أصما أى غير قابل للاختصار (وهو شرط يتأتى الوصول اليه دائماً) فإن البسط لا يحتوى مطلقاً على عوامل أولية من عوامل المقام وحيث انه لم يدخل أيضاً في البسط من عملية الضرب خلاف العاملين ٢ و ٥ فيجب اذن أن لا يحتوى المقام على غير هذين العاملين لمتأتى تحويل الكسر المفروض الى كسر اعشارى منه

وغير ذلك فإن هذا الشرط كافى لانه يمكن دائماً وضع أصفار كافية على يمين البسط حتى يشغل على جميع ما يمكن وجوده في المقام من العاملين ٢ و ٥

فإذا كان المقام مساوياً مثلاً $2^4 \times 5$ فإنه يكفى وضع أربعة أصفار على يمين البسط

(٢٦٨) تنبيه - الكسر الاعشارى المكافئ لكسر اعتيادى غير قابل للاختصار ولا يحتوى مقامه على غير العاملين ٢ و ٥ يشتمل دائماً على أرقام اعشارية بقدر الوحدات الموجودة في أعلى أس من أسى العاملين ٢ و ٥ الداخلين في المقام

فاذا فرض أن الكسر الاصح المعلوم هو $\frac{11}{8}$ فإن قسمة البسط على المقام تنتهى بعد أن تستعمل أربعة أصفار وحيث ان استعمال كل صفر يستلزم وجود رقم في خارج القسمة فيحتوى اذن خارج القسمة على أربعة أرقام اعشارية كالتى

$$\frac{11}{8} = 1.375$$

(٢٦٩) القاعدة الثانية - كل كسر اعتيادى لا يتأتى تحويله الى كسر اعشارى منه يكافئه فإنه يتوصل دائماً من قسمة بسطه على مقامه الى خارج قسمة اعشارى دورى ويكون عدد أرقام الدور فيه مساوياً في النهاية العظمى لعدد الوحدات الشتمل عليها المقام الا واحداً فاذا فرض أن الكسر الاعتيادى المراد تحويله الى كسر اعشارى هو $\frac{6}{7}$ فن حيث ان مقامه لا يحتوى على العاملين ٢ و ٥ فإن قسمة ٥ على ٧ تمتد الى غير نهاية

وحيث ان كل عملية جزئية يتحصل منها باقى يكون دائما أقل من عدد γ فلا يمكن إذن أن يتحصل على أكثر من ستة بواقي مختلفة أى على $(\gamma - 1)$ دون أن يتجدد ظهور أحدها. وحيث أن يكون باقى العملية السادسة هو o وهو البسط نفسه ثم إذا أردنا الاستمرار فى العمل فإنا نضطرب لوضع صفر على عين رقم o وبذلك يتحصل عين المقسوم الاول o وبقسمته على المقسوم عليه يتحصل أيضا عين خارج القسمة السابق γ وعين الباقي الاول واحد ومع بواقي العمل يتجدد ظهور عين البواقي وعين أرقام خارج القسمة بدون انقطاع على ترتيب واحد وبذلك يكون خارج القسمة كسر ادوربا

(٢٧٠) تنبيه - لا ينافى دائماً أن يكون عدداً رقم الدور بقدر عدد وحدات المقسوم عليه الا واحداً كما ذكرنا في المثال المتقدم لانه اذا أريد تحويل الكسر $\frac{1}{11}$ الى كسر أعشارى نجد أن $\frac{1}{11} = 0,0909$ ، أعني أن الجزء الدورى فيه لا يشتمل الا على رقم واحد وكذا اذا أريد تحويل الكسر $\frac{3}{11}$ الى كسر أعشارى فإنه يتحصل $\frac{3}{11} = 0,2727270000$ أى لا يحتوى الجزء الدورى فيه الا على رقم فقط وان كان مقام الكسر ١١ وهكذا

(٢٧١) الكسر الدوري نوعان بسيط ومركب فالكسر الدوري البسيط هو الذي يتبدأ فيه أرقام الدور عقب فاصل الاعشار مباشرة أما الكسر الدوري المركب فهو الذي لا يتبدأ الدور فيه عقب الفاصل مباشرة بل يكون بين الرقم الاول من الدور وبين فاصل الاعشار رقم أو رقمان أو جملة أرقام كافي هذين المثالين

$$0.737373\ldots = \frac{9}{15}$$

$$\cdot, \gamma \Gamma \sigma \Gamma \sigma \Gamma \sigma \Gamma \dots = \frac{113}{148}$$

(في تحويل الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية)

(٢٧٢) الحالة الاولى - ليكن المطلوب تحويل الكسر الاعشارى ٠,٦٢٥ الى كسر اعتيادى نقول انه بمقتضى ما تقدم (بمرة ٢٣٤) يكون $0,625 = \frac{625}{1000}$

ثم اذا اختصرنا هذا الكسر بأن حولناه الى أدق حدينه رقبا بواسطة قسمة حديه على ١٢٥ يحدث $\frac{٥}{٨} = \frac{٦٢٥}{١٠٠٠}$

(٢٧٣) الحالة الثانية - ليكن المطلوب إيجاد الكسر الاعتيادي المولد الكسر الاعشاري الدوري البسيط ٢٧٢٧٢٧، نقول

أنا لور من أجل الاختصار في الكتابة لقد أدار الكسر الاعتيادي المطلوب بحرف ما وليكن سه
مثلا تحصل ضرورة

$$\text{سه} = ٢٧٠٠٠٠٠٠٠ ٢٧ ٢٧ ٢٧ ٢٧$$

ثم أذا ر من الجزء معين من الكسر الاعشاري الدوري مؤلف من الجزء الدوري أربع مرات
بالرمز سه (يتلفظ بها سه تحتها أربعة) يكون

$$\text{سه} = ٢٧ ٢٧ ٢٧ ٢٧ (١)$$

فأذا ضربنا طرفي هذه المتساوية في ١٠٠ أي في واحد متبوع بأصفار بقدر عدد أرقام الدور
يحدث

$$١٠٠ \text{ سه} = ٢٧٢٧ ٢٧ ٢٧ (٢)$$

ثم إذا طرحنا طرفي متساوية (١) من طرفي متساوية (٢) ملاحظة عدم إجراء الطرح المعتاد
بل بواسطة طرح كل جزء دوري من نظيره المتحد معه في الرتبة أي بطرح ٢٧. من ٢٧.
و ٢٧. من ٢٧. و ٢٧. من ٢٧. و ٢٧. من ٢٧. فانه لم يبق بعد هذه
الطروح الا طرح الجزء الدوري الأخير ٢٧. من المتساوية (١) من الجزء الصحيح
٢٧ من المتساوية (٢) ويحدث

$$٩٩ \text{ سه} = ٢٧ - ٢٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ \text{ سه} \text{ أو } ٩٩ \text{ سه} = ٢٧ - \frac{٢٧}{١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠}$$

$$\text{أو } ٩٩ \text{ سه} = ٢٧ - \frac{٢٧}{٤١٠٠}$$

ويقسمنا الطرفين على ٩٩ يحدث

$$\text{سه} = \frac{٢٧}{٩٩ \times ٤١٠٠} - \frac{٢٧}{٩٩}$$

قد تحصل هذا المقدار بناء على اعتبارنا أخذ أربع مرات الجزء الدوري فقط فلو كنا أخذنا
الجزء الدوري خمس مرات لكانت تحصل ضرورة

$$\text{سه} = \frac{٢٧}{٩٩ \times ٥١٠٠} - \frac{٢٧}{٩٩}$$

ولو كنا أخذنا الجزء الدوري ست مرات تحصل سه = $\frac{٢٧}{٩٩} - \frac{٢٧}{٩٩ \times ٦١٠٠}$ وهكذا

وعلى العموم لور مننا بحرف م لعدد مرات الجزء الدوري المأخوذة فانه يحصل

$$\text{سه} = \frac{٢٧}{٩٩ \times ٦١٠٠} - \frac{٢٧}{٩٩}$$

ومن هذا القانون الأخير يشاهد أنه كلما كبر العدد المدلول عليه بالحرف م أى كلما زاد عدد مرات الجزء الدورى التى تؤخذ فإن مقام كسر المطروح وهو $\frac{٢٧}{٩٩ \times ٢١٠٠}$ يأخذ فى الكبر أيضاً وبناء عليه فياخذ الكسر المذكور فى الصغر فإذا زاد م الى غير نهاية فإن الكسر يصغر أيضاً الى غير نهاية ويقرب من الصفر فإذا بلغ الكسر نهايته فى الصغرى وصل الصفر فإن م يبلغ نهايته أيضاً ويحدث نهاية م أو م = $\frac{٢٧}{٩٩}$

وللتحقق من هذا المقدار يحول الكسر $\frac{٢٧}{٩٩}$ الى كسر أعشارى فيحصل

$$٠,٢٧٢٧٢٧٢٧٠٠٠٠٠ = \frac{٣}{١١} = \frac{٢٧}{٩٩}$$

يؤخذ من المقدار المتقدم للكسر الدورى البسيط هذه القاعدة وهى

(٢٧٤) الكسر الاعتيادى المولد لاي كسر أعشارى دورى بسيط يكون بسطه هو الجزء الدورى ومقامه م كى من تسعات بقدر عدد الأرقام الدورية

(٢٧٥) الحالة الثالثة - ليكن المطلوب إيجاد الكسر الاعتيادى المولد للكسر الاعشارى الدورى المركب ٠,٢٣ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ يقول

إذا اخترنا هنا عين الاتفاق والرمز المتقدم بالتمرة السابقة يحدث

$$٠,٢٣ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ = \frac{٢٣}{١٠٠٠٠}$$

فإننا ضمرنا طرفى هذه المتساوية على التعاقب أولاً فى ١٠٠٠٠ وثانياً فى ١٠٠ أى أولاً فى واحد متبوع بأصفار بحيث ينتقل فاصل الأعشار على عين أرقام الجزء الدورى الاول وثانياً فى واحد متبوع بأصفار بحيث ينتقل فاصل الأعشار على عين الجزء الغير الدورى يحدث

$$٢٣ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ = \frac{٢٣}{١٠٠٠٠} - \frac{٢٣}{١٠٠٠٠٠}$$

$$٢٣ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ ٥٨٤ = \frac{٢٣}{١٠٠} - \frac{٢٣}{١٠٠٠}$$

وبطرح المتساوية الثانية من الاولى بعين الطريقة التى اتبعنا فى التمرة السابقة يتحصل

$$\frac{٥٨٤}{٢١٠٠} - \frac{٢٣}{١٠٠} = \frac{٢٣ ٥٨٤}{٩٩٠٠}$$

$$\frac{٥٨٤}{٩٩٠٠ \times ٢١٠٠} - \frac{٢٣ - ٢٣ ٥٨٤}{٩٩٠٠} = \frac{٢٣}{٩٩٠٠}$$

وعلى العموم إذا كان عدد مرات الجزء الدورى المأخوذ من موزله بحرف م يحدث

$$\frac{٥٨٤}{٩٩٩٠٠ \times ١٠٠٠} - \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} = \text{م}$$

فيشاهد من هذا القانون أنه كلما ازداد م وهو عدد الاجزاء الدورية فإن مقام كسر المطروح يزداد كبرا وبناء عليه فيزداد الكسر المذكور صغرا بحيث انه اذا زاد م الى

غير نهاية قرب كسر المطروح من الصفر ويأخذ اذن م مقداره النهائي ويحدث

$$\frac{٢٣٥٦١}{٩٩٩٠٠} = \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} = \text{م أو م}$$

ولتحقيق هذا المقدار يحول الى كسر أعشاري ويحدث

$$٠,٢٣٥٨٤٥٨٤٥٨٤ = \frac{٢٣٥٦١}{٩٩٩٠٠}$$

ومع ذلك تستنتج هذه القاعدة

(٢٧٦) الكسر الاعتيادي المولد لكسر دائري مركب يكون بسطه مؤلفا من الجزء الدائر والجزء الدائر معانقوصا منه الجزء الغير الدائر ومقامه تسعات بقدر عدد أرقام الجزء الدائر متبوعة بأصفار بقدر عدد أرقام الجزء الغير الدائر

(٢٧٧) تنبيه ١ - اذا كان الكسر الدوري (بسيطا كان أو مركبا) مجموعيا بعدد صحيح فإن هذا العدد الصحيح يكون وحده جزء غير دوري في البسيط ويكون في المركب ضمن الجزء الغير الدوري. وهذا في تكوين البسط أما المقام فإنه لم يحصل فيه تغيير كما تقدم ذكره ولنوضح ذلك بالمثالين الآتيين

$$\frac{٢٧ + (١ - ١٠٠)٣}{٩٩} = \frac{٢٧}{٩٩} + ٣ = ٣,٢٧٢٧٢٧٢٧٢٧٠٠٠٠ \quad \text{الاول}$$

$$\frac{٢٢٤}{٩٩} = \frac{٣ - ٢٢٧}{٩٩} = \frac{٢٧ + ٣ - ٣٠٠}{٩٩} =$$

$$\frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} + ٦ = ٦,٢٣٥٨٤٥٨٤٥٨٤٠٠٠٠٠ \quad \text{الثاني}$$

$$\frac{٦٢٢٦٦١}{٩٩٩٠٠} = \frac{٦٢٣ - ٦٢٣٥٨٤}{٩٩٩٠٠} = \frac{٢٣ - ٢٣٥٨٤ + (١٠٠ - ١٠٠٠٠٠) ٦}{٩٩٩٠٠} =$$

(٢٧٨) تنبيه ٢ - لا يمكن أن يكون بسط الكسر الاعتيادي المكافئ لكسر دوري مركبا

منتهيا من جهة العین بصفر والبرهنة على ذلك نقول

من المعلوم أنه لا يتأتى أن يكون رقم أحاد بسط الكسر الاعتيادي المكافئ للكسر الدوري المركب صفرا الا اذا كان الرقم الاول من الجزء الغير الدوري مساويا للرقم الاول من الجزء الدوري وان حصل ذلك لزم أن يكون الابتداء بالجزء الدوري بهذا الرقم خطأ وبذلك يكون تطبيق القاعدة وقع على غير الصواب

انا وان كنا التزاماً بأن تأتى عقب كل باب بعض مسائل تطبيقية وأخرى تفرعية يطلب حلها لكنه لما كانت المسائل التي يمكن إيرادها على الكسور الاعشارية لا تختلف بشئ مما عن المسائل التي توضع تطبيقاً للاعداد الصحيحة الا في المقادير فقط ناسب الاكتفاء هنا على الاتيان ببعض أسئلة تفرعية

الفصل الرابع

(تسرينت)

(١) المطلوب معرفة قبل اجراء الاعمال ما اذا كان يمكن تحويل الكسور الاعتيادية $\frac{83}{433}$ و $\frac{127}{160}$ و $\frac{193}{3000}$ الى كسور اعشارية منتهية أم لا وما مقدار عدد أرقام خارج القسمة الاعشارية في حالة الامكان

(٢) المطلوب معرفة قبل اجراء الاعمال ما اذا كان يمكن تحويل الكسور الاعتيادية $\frac{167}{303}$ و $\frac{854}{3331}$ الى كسور اعشارية منتهية أم لا وما فروع الكسر الدوري اذا كان تحويلها الى كسور اعشارية منتهية غير ممكن وما عدد أرقام غير الدور فيما اذا كان يتحصل من تحويلها كسراً دائرياً مبكراً

(٣) المطلوب تحويل الكسور الاعشارية 0.333 و 0.624 و 0.300 و 0.40 الى كسور اعتيادية واختصار النواتج

(٤) المطلوب تحويل الكسور الاعشارية 0.2727270000 و 0.3636360000 و 0.6363630000 الى كسور اعتيادية واختصار النواتج

(٥) المطلوب البرهنة على أن باقي طرح كسر من أعشاريين دوريين بسيطين من بعضهما يكون دائماً كسراً أعشارياً دورياً بسيطاً

(تم الجزء الأول ويليه الجزء الثاني وأوله الباب الأول في المقاييس)

فهرست
المجزء الاول
من كتاب تحفة الطلاب
في علم الحساب

- ٣ (الباب الاول) في التعاريف الاولى والعديد وعمليات الحساب الاربعة الاصلية
- ٣ الفصل الاول - في التعاريف الاولى
- ٣ الفصل الثاني - في العديد أو العد
- ٤ في تأليف الاعداد
- ٤ في تسمية الاعداد أو العديد اللفظية أو الهوائية
- ٦ في رسم الاعداد بالاشكال أو العديد الوضعية أو الغبارية
- ٧ الفصل الثالث - في عمليات الحساب الاصلية
- ٨ في الجمع
- ١٠ الكلام على المسائل
- ١١ في مسائل الجمع
- ١١ مسائل يطلب حلها
- ١٢ في الطرح
- ١٦ في المتعم الحسابي أو الرقي
- ١٨ في مسائل الطرح
- ١٩ مسائل يطلب حلها
- ١٩ في الضرب
- ٣١ مسائل في الضرب
- ٣١ مسائل يطلب حلها
- ٣٢ في القسمة
- ٤٤ مسائل في القسمة
- ٤٥ مسائل يطلب حلها
- ٤٦ (الباب الثاني) في الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومضاعفاتهما والقاسم المشترك الاعظم والاعداد الاولى والبحث عن قواسم أى عدد كان
- ٤٦ الفصل الاول - في خواص قواسم أى عدد ومضاعفاتهما
- ٤٧ الفصل الثاني - في قابلية قسمة الاعداد على ٢ و ٥ و ٤ و ٩ و ٣ و ٦ و ١١ و ٧
- ٥٤ في عمل ميزان الضرب والقسمة بواسطة ١١ و ٩
- ٥٧ الفصل الثالث - في القاسم المشترك الاعظم

صحيفة

٥٧	في البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين
٦١	في البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين جملة أعداد
٦٢	الفصل الرابع - في المضاعف المشترك الاصغر
٦٣	في البحث عن المضاعف المشترك الاصغر بين عددين
٦٣	في البحث عن المضاعف المشترك الاصغر بين جملة أعداد
٦٤	الفصل الخامس - في خواص الاعداد الاولى
٦٩	في البحث عن قواسم أى عدد
٧٢	تقرينات
٧٤	(الباب الثالث) في الكسور الاعتيادية
٧٤	الفصل الاول - في المبادئ
٧٦	الفصل الثاني - قواعد في الكسور
٨١	الفصل الثالث - في اختصار الكسور
٨٣	الفصل الرابع - في تحويل الكسور الى ذات مقام مشترك
٨٧	الفصل الخامس - في عمليات الكسور الاعتيادية
٨٧	في الجمع
٨٨	في الطرح
٨٩	في الضرب
٩٢	في ضرب عدة كسور في بعضها أو أخذ كسور الكسور
٩٣	في قسمة الكسور
٩٦	مسائل تطبيقية على الكسور الاعتيادية
٩٩	تقرينات
١٠١	(الباب الرابع) في الكسور الاعشارية
١٠١	الفصل الاول - في عدية الكسور الاعشارية
١٠٥	الفصل الثاني - في عمليات الكسور الاعشارية
١٠٥	في جمع وطرح الكسور الاعشارية
١٠٦	في ضرب الكسور الاعشارية

صحيفة

- ١٠٨ في قسم الكسور الاعشارية
 ١٠٩ في خارج القسم التقريبي
 ١١٠ في درجة تقرب خارج القسم
 ١١٤ في تقويم خارج قسم عددين اعشاريين بدرجة تقرب معينة
 ١١٤ الفصل الثالث - في تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية وتحويل
 الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية
 ١١٥ في تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية
 ١١٨ في تحويل الكسور الاعشارية الى كسور اعتيادية
 ١٢٣ الفصل الرابع - تمرينات

(تمت الفهرست)

فهرسة

المجزء الثانى

(من كتاب تحفة الطالب فى علم الحساب)

- ٣ (الباب الاول) في المقاييس
- ٣ الفصل الاول - في المقاييس القديمة المستعملة الى الآن بمصر
- ٤ المبحث الاول في مقاييس الاطوال
- ٥ المبحث الثاني في مقاييس السطوح
- ٥ المبحث الثالث في قياس الاجسام
- ٦ المبحث الرابع في مقاييس الجيوب والمكاييل
- ٧ المبحث الخامس في الموازين
- ٧ المبحث السادس في الزمن
- ٨ المبحث السابع في النقود
- ١٠ الفصل الثاني - في المقاييس الفرنسية الجديدة المسماة بالمقاييس الاعشارية
- ١٠ المبحث الاول في مقاييس الاطوال
- ١١ المبحث الثاني في مقاييس السطوح
- ١٢ المبحث الثالث في مقاييس الاجسام
- ١٣ المبحث الرابع في مقاييس الموائع والجيوب
- ١٣ المبحث الخامس في الموازين
- ١٤ المبحث السادس في الزمن بالطريقة الافرنكية
- ١٤ المبحث السابع في النقود الفرنسية
- ١٥ الفصل الثالث - في المقاييس الانكليزية المستعملة بمصر
- ١٦ الفصل الرابع - في تحويل المقاييس الى بعضها
- ١٦ المبحث الاول في تحويل أقيسة الاطوال الى بعضها
- ١٦ الفرع الاول في تحويل أقيسة الاطوال المصرية الى نظائرهما من الاعشارية وعكسه
- ١٨ الفرع الثاني في تحويل أقيسة الاطوال الانكليزية الى نظائرهما من الاعشارية وعكسه
- ١٩ الفرع الثالث في تحويل أقيسة الاطوال المصرية الى نظائرهما من الانكليزية وعكسه
- ١٩ المبحث الثاني في تحويل أقيسة السطوح الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه
- ٢٠ المبحث الثالث في تحويل أقيسة الاجسام الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه
- ٢١ المبحث الرابع في تحويل المكاييل الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه
- ٢٣ المبحث الخامس في تحويل الاوزان الى بعضها المصرية الى أعشارية وعكسه

- ٢٤ المجت السلاس في تحويل النقود الى بعضها
 ٢٤ الفرع الاول في تحويل النقود المصرية الى نقود فرنساوية وعكسه
 ٢٥ الفرع الثاني في تحويل النقود الانكليزية الى نقود فرنساوية وعكسه
 ٢٧ الفرع الثالث في تحويل النقود المصرية الى نقود انكليزية وعكسه
 ٢٨ المجت السابع تمرينات
 ٢٩ (الباب الثاني) في الاعداد المنتسبة
 ٢٩ الفصل الاول - المقدمة
 ٣٠ الفصل الثاني - في عمليات تحويل الاعداد المنتسبة
 ٣٣ الفصل الثالث - في عمليات الاعداد المنتسبة
 ٣٣ في الجمع
 ٣٣ في الطرح
 ٣٣ في الضرب
 ٣٤ في القسمة
 ٣٦ الفصل الرابع - تطبيقات
 ٣٨ الفصل الخامس - تمرينات
 ٤٠ (الباب الثالث) في القوى والجذور
 ٤٠ الفصل الاول - في المربع والجذر التربيعي
 ٤٠ المجت الاول في المربع والجذر التربيعي لعدد صحيح
 ٤٣ المجت الثاني في استخراج الجذر التربيعي لعدد صحيح
 ٤٦ تنبيهات
 ٤٧ المجت الثالث في المربع والجذر التربيعي لكسر اعتيادي
 ٤٩ المجت الرابع في استخراج الجذر التربيعي للكسر الاعتيادي
 ٥١ المجت الخامس في تربيع الكسر الاعشاري
 ٥١ المجت السادس في استخراج الجذر التربيعي لكسر اعشاري
 ٥٢ المجت السابع في تقريب الجذور التربيعية
 ٥٤ الفصل الثاني - في المكعب والجذر التكعيبي
 ٥٤ المجت الاول في المكعب والجذر التكعيبي لعدد صحيح

٥٧ المبحث الثاني في الجذر التكعيبي لعدد صحيح

٦١ تنبيهات

٦١ المبحث الثالث في المكعب والجذر التكعيبي لكسرا اعتيادي

٦٣ المبحث الرابع في استخراج الجذر التكعيبي لكسرا اعتيادي

٦٥ المبحث الخامس في تكعيب الكسرا الاعشاري

٦٥ المبحث السادس في استخراج الجذر التكعيبي لكسرا اعشاري

٦٦ المبحث السابع في تقريب الجذور التكعيبية

٦٨ الفصل الثالث - تطبيقات

٧٠ الفصل الرابع - تمرينات

٧١ (الباب الرابع) في النسبة والتناسب

٧١ الفصل الاول - في النسبة

٧٣ الفصل الثاني - في خواص النسبة

٧٤ في جمع النسب

٧٤ في طرح النسب

٧٤ في ضرب النسب

٧٥ في قسمة النسب على بعضها

٧٥ الفصل الثالث - في التناسب

٨٢ الفصل الرابع - تمرينات

(تمت الفهرست)

الجزء الثاني

من

تحفة الطلاب في علم الحساب

تأليف
حضرة عبدك تنظيم
ناظر المدرسة الخديوية

وهو مقرر السنة الثانية من التعليم التجهيزي

قررت نظارة المعارف العمومية بتاريخ ٢٩ ديسمبر سنة ١٨٩٢ غرة ٢٩٢
لرؤم طبع هذا الجزء على نفقتها وتدريبه بالمدارس الاميرية

(حقوق الطبع محفوظة للنظارة)

(الطبعة الاولى)
بالمطبعة الكبرى الاميرية ببولاق مصر المحمية
سنة ١٨٩٣
افريحيه



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الباب الاول (في المقاييس)

(٢٨١) قياس الثوب هو مقارنته بشئ آخر من نوعه معلوم المقدار يسمى الوحدة فإذا أردنا قياس طول ثوب من القماش نأخذ طولاً ما كالذراع مثلاً ونقارنه به بأن نبحت عن عدد مرات احتواء طول الثوب على طول الذراع فإذا احتوى عليه عشر مرات مثلاً يقال ان طول الثوب عشرة أذرع

وكما يمكن البحث عن معرفة طول ثوب يمكن أيضاً البحث عن مساحة قطعة أرض أو جزء من بناء أو مقدار كومة من الحبوب أو غيره فمن ذلك يعلم تعدد الاشياء التي يراد تقديرها وهي تستلزم ضرورة تعداد الوحدات لكنها تقتصر على ذكر المتعلق منها بالأطوال والسطوح والاحجام والمكاييل والوزن والزمن والنقود

ومن المعايير ان أغلب المقاييس ليست واحدة في جميع البلدان وأن الوقوف عليها جميعاً على اختلافها فيه إطالة وصعوبة فلذا لم نذكر هنا الا القيسة المتداولة بمصر الآن قديمة كانت أو حديثة

الفصل الاول

(في المقاييس القديمة المستعملة الى الآن بمصر)

(٢٨٢) مقاييس الأطوال والسطوح والاحجام والحبوب والوزن القديمة المستعملة الى الآن بمصر يمكن استنباطها من مقاييس قدماء المصريين بأن يجعل الشبر أساساً لها وهو جزء من ألف جزء من ضلع قاعدة هرم الجيزة الأكبر

المبحث الاول

(في مقاييس الاطوال)

(٢٨٣) مقاييس الاطوال هي

(١) الذراع البلدى وطوله بالشبر ٢,٥ يستعمل لقياس الاقنعة البياض والحصر وله مضاعفات هي

أولا - الفرسخ البرى وطوله ٧٦٦٢,٨٣ ذراعا بلديا يستعمل لقياس المسافات البرية
 ثانيا - الفرسخ البحرى وطوله ٩٥٧٨,٣٦ ذراعا بلديا يستعمل لقياس المسافات البحرية
 ثالث - الميل وهو ثلث الفرسخ فان كان الفرسخ برياسمى الميل برى وان كان بحرياسمى
 الميل كذلك

(٢) والذراع الاسلامى وطوله بالشبر ٢,٩ يقاس به الحرير والصوف والجوخ

(٣) والهنداسة وطولها بالشبر ٢,٨ يقاس به الشيت

(٤) والذراع الشرعى أو ذراع الغزل وطوله بالشبر ٢,١٣٥ تقدر به المسافات الشرعية
 ويستعمل أيضا في تقدير الغزل

ولهذا الذراع مضاعفات هي

أولا - الميل الشرعى أو العربى وطوله ٤٠٠٠ ذراعا شرعيا

ثانيا - الفرسخ الشرعى وطوله ثلاثة أميال شرعية أو ١٢٠٠٠ ذراعا شرعيا

ثالثا - البريد وطوله أربعة فراسخ أو اثنا عشر ميلا شرعيا أو ٤٨٠٠٠ ذراعا شرعيا

(٥) والذراع المعمارى وطوله بالشبر ٣,٢٤ تقدر به الابنية والاراضى المقتضى إقامة
 أبنية عليها

ولهذا الذراع أجزاء ومضاعفات

فأجزؤه هي

أولا - القبضة وهي سدس الذراع المعمارى

ثانيا - الاصبع وهو ربع القبضة وهو $\frac{1}{٢٤}$ من الذراع المعمارىثالثا - حبة الشعير وهي سدس الاصبع أو هي $\frac{1}{٢٤}$ من القبضة أو هي $\frac{1}{١٢٤}$ من الذراع
 المعمارى

ومضاعفته هى

أولاً - الباع وهو أربعة أذرع معمارية

ثانياً - القصبة وهى تعادل $\frac{71}{10}$ ذراعاً معمارياً

ثالثاً - الميل الهاشمى وهو يعادل ١٠٠٠ ذراع معمارى

رابعاً - الفرسخ الهاشمى وهو يعادل ثلاثة أميال هاشمية أو يعادل ٣٠٠٠ ذراع معمارى

(٦) والذراع النبلى وطوله بالشبر ٢,٣٣ يقاس به زيادة نهر النيل ونقصه

المبحث الثانى

(فى مقياس السطوح)

(٢٨٤) المقاييس المستعملة لتقدير السطوح هى

(١) القصبة المربعة وهى مربع طول كل ضلع من أضلاع قصبة تستعمل لقياس الاراضى

(٢) الذراع المعمارى المربع يستعمل لقياس أراضى الابنية والمسطحات المتعلقة بها مثل البياض والتباليط وغيره

(٣) الفدان المصرى يعادل ٣٣٣,٣٣٣ قصبة مربعة أو أن كل ثلاثة أفدنة تعادل ١٠٠٠ قصبة مربعة ويستعمل لتقدير الاراضى المتسعة

وأجزاء الفدان هى

أولاً - نصف الفدان

ثانياً - القيراط الكامل وهو $\frac{1}{32}$ من الفدان ونصفه يعادل $\frac{1}{64}$ من الفدان

ثالثاً - الحبة وهى ثلث القيراط أو وهى $\frac{1}{96}$ من الفدان

رابعاً - الدائق وهو نصف الحبة أو هو $\frac{1}{192}$ من الفدان

خامساً - السهم وهو ربع الدائق أو هو $\frac{1}{576}$ من الفدان

سادساً - السمحتوت وهو $\frac{1}{4}$ من السهم أو هو $\frac{1}{13824}$ من الفدان

المبحث الثالث

(فى قياس الاجسام)

(٢٨٥) يستعمل وحدتان لقياس الاجسام وهما الذراع المعمارى المكعب والقصبة المكعبة

فالذراع المعمارى المكعب هو مكعب طول كل حرف من أحرافه ذراع معمارى وتقاس به الابنية

والقصبة المكعبة هي مكعب طول كل حرف من أحرفه قصبة ويقاس بها الاتربة المكعبة
الخاصة بالحفر والردم

المبحث الرابع

(في مقاييس الجيوب أو المكايل)

(٢٨٦) الذراع البلدى هو أساس المكايل المصرية فالذراع البلدى المكعب يسع أربعاً
مصرياً ووحدة مكايل الجيوب هو القدح وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي
أولاً - نصف القدح

ثانياً - الزبعة وهي ربع القدح

ثالثاً - الثمنة وهي ثمن القدح

رابعاً - الخروبة وهي نصف القنة أو هي $\frac{1}{16}$ من القدح

خامساً - القيراط وهو نصف الخروبة أو هو $\frac{1}{32}$ من القدح

ومضاعفاته هي

أولاً - الملو و تعادل قدحين

ثانياً - الزبع و يعادل ملوتين أو أربعة أقداح

ثالثاً - الكيلة و تعادل ربعين أو ثمانية أقداح

رابعاً - الوية و تعادل كيلتين أو ١٦ قدحا

خامساً - الارذب و يعادل ستويين أو ٩٦ قدحا

(٢٨٧) تنبيه - وليست هذه المكايل متضاعفة أو متناقصة عن بعضها في الحجم في حد
ذاتها بل كيات الجيوب التي غلاها هي التي تضاعف أو تنقص بالتحريز وأن المصريين
يحسبون في عمل مكاييلهم حساب تضاعف الجيوب بوضعها في الميكال وأن هذا الضغط يكون
بالنسبة لكمية الجيوب المحتوى عليها الميكال وأن يكون أقوى في المكايل الكبيرة منه
في الصغيرة وإذا كان الميكال المجوز يسع غله أكثر من ميكالين قدر نصفه مفردين

ثم إن المكايل المصرية هي على شكل مخروط ناقص ويوضع الحب فيها بلطف بدون دلة
ولا تحريك للميكال ولا يكتفى بل حجم فراغه بل يلزم وضع الجيوب على بعضها فوقه حتى أنها
بتضاعفها وتماسكها الطبيعي تكون مخروطاً ارتفاعه غاية إمكان وقوف الحب بأعلاه فاذن
سعة كل ميكال تكون هـر كبة من جزئين أحدهما حجم فراغه المعلوم والاخر حجم المخروط الذي
فوقه المسند بثقله الطبيعي على آلة الكيل

المبحث الخامس (في الموازين)

(٢٨٨) وحدة الموازين القديمة المستعملة الى الآن بصرة هي الدرهم وهو جزء من أربعة وستين ألف جزء من ثقل ذراع بلدى مكعب من الماء المقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) أو هو جزء من ألف من ثقل مكعب ماء مقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) ضلعه ربع ذراع بلدى وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي

أولا - القيراط وهو يعادل $\frac{1}{16}$ من الدرهم
ثانيا - القصة وهي ربع قيراط أو تعادل $\frac{1}{64}$ من الدرهم
ومضاعفاته هي

أولا - المنقال ويعال $\frac{3}{4}$ درهما أو ١,٥ درهم
ثانيا - الوقية وتعادل ثمانية مناقيل أو ١٢ درهما
ثالثا - الرطل ويعادل ١٢ وقية أو ٩٦ مثقالا أو ١٤٤ درهما
رابعا - الاوقه وتعادل ٣٣,٣٣ أوقية أو ٤٠٠ درهم
خامسا - القنطار ويعادل مائة رطل أو ١٤٤٠٠ درهم أو ٣٦ أوقه

المبحث السادس (في الزمن)

(٢٨٩) يمكن اعتبار اليوم وحدة للزمن ومدته ما بين شروق الشمس الى الشروق التالي وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي

أولا - الساعة وهي $\frac{1}{24}$ من اليوم
ثانيا - الدقيقة وهي $\frac{1}{60}$ من الساعة أو هي $\frac{1}{1440}$ من اليوم
ثالثا - الثانية وهي $\frac{1}{60}$ من الدقيقة أو هي $\frac{1}{86400}$ من اليوم
رابعا - الثالثة وهي $\frac{1}{60}$ من الثانية أو هي $\frac{1}{5184000}$ من اليوم وهكذا
ومضاعفاته هي

أولا - الاسبوع وهو يعادل سبعة أيام
ثانيا - الشهر القمري وهو يعادل ٣٠ يوما أو ٢٩ يوما
ثالثا - السنة القمرية وهي تعادل ١٢ شهرا قمريا
رابعا - القرن وهو يعادل ١٠٠ سنة

وهالـ جدولاً مستقلاً على أسماء الأشهر العربية المسماة بالقمرية وعدد أيامها

أسماء الشهور	عدد الأيام	أسماء الشهور	عدد الأيام
محرم	٣٠	رجب	٣٠
صفر	٢٩	شعبان	٢٩
ربيع الأول	٣٠	رمضان	٣٠
ربيع الثاني	٢٩	شوال	٢٩
جـادى الأول	٣٠	ذوالقعدة	٣٠
جـادى الثانية	٢٩	ذوالحجة	٢٩ أو ٣٠

فعلى هذا يكون عدد أيام السنة القمرية إما ٣٥٤ يوماً أو ٣٥٥ يوماً وذلك على حسب كون شهر ذى الحجة ٢٩ يوماً أو ٣٠ يوماً وتسمى السنة فى الحالة الأولى بسيطة وفى الثانية كبيسة

المبحث السابع

(فى النقود)

(٢٩٠) وحدة النقود التى كانت متداولة بمصر قبل استعمال النقود الجديدة هو القرش وهو قطعة من فضة تزن ٤٠ درهم و عيارها ٧٥٠ ر. (أى انها مربعة من ٧٥٠ ر. من الفضة الخالصة ومن ٢٥٠ ر. من النحاس لتكون صلبة) وينقسم القرش الى ٤٠ باره والبارة الى ١٠ جدد

(٢٩١) حيث ان مضاعفات القرش بعضها من القطع الفضية التى بطل تداولها وبعضها من القطع الذهبية وهى مشتركة بين النقود القديمة والحديثة ناسب عدم ذكر شئ من ذلك هنا انما من حيث ان العلامات التى كانت مستعملة من قبل للدلالة على القروش والبارات والجدد لازالت الى الآن مستعملة عند كثير من الناس ناسب أن نذكرها فنقول

يستدل على نوع القروش بوضع هذه العلامة — فوقه ويستدل على نوع البارات بوضع هذه العلامة — فوقه ويستدل على الجدد بوضع هذه العلامة جـ فوقه بحيث انه اذا اريد كتابة مقدار من النقود مؤلف من ٢٥ قرشاً وسبعة عشر باره ونمائية جدد وضع هكذا

جـ — — — — —

(٢٩٢) وأما النقود الجديدة التي تقرر استعمالها بدل النقود القديمة بمقتضى أمر عال تاريخه ٧ صفر سنة ١٣٠٣ فإن وحدتها هو الجنيه المصرى وينقسم الى مائة غرش والقرش الى عشرة أشار فعلى هذا يكون الجنيه المصرى مشتملا على ألف عشرين القرش وإذا فانهم يسبون عشر القرش بالمليم عند نسبته الى الجنيه المصرى وتماز النقود الجديدة عن القديمة بكون أجزائها أعشارية حيث يسهل حسابها بالطرق الاعشارية

والمعتاد في كتابة النقود الجديدة عدم ذكر القرش اكتفاء بالجنيه والملليم فاذا أريد كتابة مقدار من النقود مؤلف من خمسة ائة وسبعة وستين غرشا ونصف مثلا أبدا فيهما الخمسة ائة غرش بخمسة جنيهات وأبدا السبعة وستون غرشا بستة وستين عشرين من القرش أو مللما وأبدا نصف القرش بخمسة ملليمات ثم يوضع كلمة جنيه فوق الجنيهات وكلمة ملليم فوق الملليمات هكذا

ملليم جنيه
٦٧٥ ٥ أو ٥,٦٧٣ فقط جنيه

وهذا الجدول مشتمل على القطع الذهبية والفضية وقيمتها وعباراتها وأوزانها

أسماء قطع النقود	القيمة	العملة	الوزن بالجرام	جنس المعدن
جنيه مصرى . . .	١٠٠	٨٧٥٠	٨٥٠	ذهب
نصف جنيه مصرى	٥٠	»	٤٢٥	»
خمس جنيه »	٢٠	»	١٧٠	»
عشر جنيه »	١٠	»	٨٥	»
أبدا جنيه »	٥	»	٤٢٥	»
$\frac{1}{5}$ جنيه مصرى	٢٠	$\frac{2}{3}$ ٨٣٣	٢٨	فضة
» $\frac{1}{10}$	١٠	»	١٤	»
» $\frac{1}{20}$	٥	»	٧	»
» $\frac{1}{50}$	٢	»	٢,٨	»
» $\frac{1}{100}$	١	»	١,٤	»
» $\frac{1}{200}$	$\frac{1}{2}$	»	٠,٧	»
» $\frac{1}{400}$	$\frac{1}{4}$	»	٠,٣٥	»

(١) القطعة التي قيمتها ٥ قرش أو $\frac{1}{20}$ من الجنيه
(٢) القطعة التي قيمتها ٢ قرش أو $\frac{1}{10}$ من الجنيه
(٣) القطعة التي قيمتها ١ قرش أو $\frac{1}{100}$ من الجنيه أو المليم

(١) القطعة التي قيمتها $\frac{1}{2}$ القرش أو $\frac{1}{4}$ من الجنيه
(٢) القطعة التي قيمتها $\frac{1}{4}$ القرش أو $\frac{1}{16}$ من الجنيه

(٢٩٤) المقاييس الاعشارية وضعت بفرنسا في أواخر القرن الثامن عشر وهي مستعملة الآن في أكثر البلاد وأساس المتر وهو جزء من أربعين مليوناً من محيط دائرة نصف النهار الأرضي (وهي دائرة عظيمة تمر بقطبي الكرة وتقسّمها إلى قسمين متساويين) وعلى هذا يكون مقدار الدرجة الأرضية مساوياً الى $\frac{1}{60}$ من متر

رابعاً - المربا متر ويعدل عشرة آلاف متر

(٢٩٦) يتضح من طريقة تقسيم هذه الأقيسة أنه يمكن كتابتها وقرائتها على مقتضى القواعد المقررة للأعداد الاعشارية وقد جرت العادة بأن الفاصلة الأعشارية توضع عقب الوحدة الأصلية

فعلى هذا يمكن قراءة العدد $٩٧٤٥٣,٥٦٣$ متر هكذا ٩ ميريامتر و ٥٦٣ كيلومتر و ٤ هكتومتر و ٥ ديكامتر و ٣ مترو ٥ ديسمترو ٦ سنتيمتر و ٣ ملليمتر وكذا يمكن اعتبار العدد الصحيح المؤلف من الأرقام الثلاثة الأولى أنه أمتار وما بعده كيلومترات وما على يمين الفاصل ملليمترات وعليه فيقرأ العدد المذكور هكذا ٩٧ كيلومترا و ٤٥٣ مترا و ٥٦٣ ملليمتر

المبحث الثاني

(في مقاييس السطوح)

(٢٩٧) وحدة مقاييس السطوح هو المتر المربع وهو مربع طول كل ضلع من أضلاعه متر وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي

أولا - الديسمتر المربع وهو يعادل ٠.٠١ متر مربع
وبين ذلك أنك لو قسمت أحداً أضلاع المتر المربع إلى عشرة أقسام متساوية بأن صار كل قسم منها ديسمتر ثم قسمت الضلع المجاور له من المتر المربع المذكور كذلك وأنت من نقط تقاسيم كل ضلع أعمدة عليه فإن المتر المربع ينقسم بذلك إلى مائة مربع متساوية ضلع كل منها يساوي ديسمتر واذن فيكون الديسمتر المربع عبارة عن جزء من مائة من المتر المربع وعلى هذا يقاس ما يأتي

ثانيا - السنتيمتر المربع وهو يعادل ٠.٠٠٠١ متر مربع
ثالثا - الملليمتر المربع وهو يعادل ٠.٠٠٠٠٠١ متر مربع

ومضاعفاته هي

أولا - الديكامتر المربع وهو يعادل ١٠٠ متر مربع
ثانيا - الهكتومتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠ متر مربع
ثالثا - الكيلومتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠٠٠ متر مربع
رابعا - الميريامتر المربع وهو يعادل ١٠٠٠٠٠٠٠ متر مربع
وتقاس الأراضي بالآر وهو عبارة عن ديكامتر مربع وبالسنتيار وهو جزء من مائة من الآر وهو عبارة عن المتر المربع وبالهكتار وهو مائة آر ويعادل الهكتومتر المربع

(٢٩٨) كتابة أقيسة السطوح وقراتها هي كتابة أقيسة الاطوال وقراتها أي يتبع فيها القواعد المقررة للاعداد الاعشارية غير أنه يلزم هنا استعمال رقمين لكل قياس فالعدد ٨٤٣,٧٥٢٦ متر مربع يقرأ هكذا

٨٤٣ مترا مربعا و ٧٥ ديسيمتر مربع و ٢٦ سنتيمتر مربع

فعلى هذا لو كانت الارقام الاعشارية فردية العدد لزم وضع صفر على يمينها لجعلها زوجية فالقراءة العدد ٣٩٨ و ٧٢١ مترا يوضع صفر على يمينه ويلفظ به هكذا ٧٢١ مترا مربعا و ٣٩ ديسيمتر مربع و ٨٠ سنتيمتر مربع

المبحث الثالث

(في مقاييس الاجسام)

(٢٩٩) يستعمل لقياس الاجسام المتر المكعب وله أجزاء ومضاعفات فأجزاؤه هي

أولا - الديسيمتر المكعب وهو يعادل ٠.٠٠١ متر مكعب

وبيان ذلك أنك لو قسمت كل واحد من الاحرف الثلاثة المتجاورة المجموعة في نقطة واحدة من المتر المكعب الى عشرة أجزاء متساوية وأمررت من جميع نقط تقاسيم كل حرف مستويات عمودية عليه فإن المتر المكعب ينقسم طبعاً الى ألف مكعب متساوية حرف كل واحد منها يساوي ديسيمتر واذن فالديسيمتر المكعب يعادل جزءاً من ألف من المتر المكعب وعليه يقاس ما سياتي

ثانياً - السنتيمتر المكعب وهو يعادل ٠.٠٠٠٠٠١ متر مكعب

ثالثاً - المليمتر المكعب وهو يعادل ٠.٠٠٠٠٠٠٠١ متر مكعب

وأما مضاعفاته فهي الديكومتر المكعب والهكتومتر المكعب والكيلومتر المكعب لكنهم غير مستعملين

ولقياس مكعبات أخشاب الخريق يستعمل

أولاً - الستير وهو عبارة عن المتر المكعب

ثانياً - الديكاستير وهو عشر الستير أو عشر المتر المكعب

ثالثاً - الديكاستير وهو عشرة أمثال الستير أو عشرة أمثال المتر المكعب

(٣٠٠) يتبع دائماً كتابة أقيسة الاجسام وقراتها قواعد الاعداد الاعشارية انما يستعمل دائماً لكل قياس منها ثلاثة أرقام فإذا لم تكن الارقام الاعشارية ثلاثية وجب تليينها بوضع صفر أو صفرين على يمين الفصل الأخير

مثال ذلك إذا أردنا قراءة العدد ٨٥٨٦٤٠٠٨٥٣١٠٠ مترامكعباً نضع صفرين على يمينه فيحدث ٨٥٨٦٤٠٠٨٥٣١٠٠٠ ويلفظ به هكذا ٢٤٣١ مترامكعباً و ٨ ديسيمتر مكعب و ٥٨٦٠ سنتيمتر مكعب و ٤٠٠ ملليمتر مكعب

المبحث الرابع (في مقاييس الموائع والجبوب)

(٣٠١) وحدة مقاييس الموائع والجبوب هو الليتر وهو وعاء حجمه ديسيمتر مكعب وله أجزاء ومضاعفات فأجزؤه هي

- أولاً - الديسيلتر وهو يعادل عشر الليتر
- ثانياً - السنتيلتر وهو يعادل جزءاً من مائة من الليتر
- ثالثاً - الملليلتر وهو يعادل جزءاً من ألف من الليتر

ومضاعفاته هي

- أولاً - الديكاليتر وهو عشرة أمثال الليتر
- ثانياً - الهكتولتر وهو يعادل مائة ليتر
- ثالثاً - الكيلولتر وهو يعادل ألف ليتر
- رابعاً - المرباليتر وهو يعادل عشرة آلاف ليتر

لكنه لم يستعمل وعاء بهذين القدرين الآخرين

(٣٠٢) تكتب هذه المقاييس وتقرأ كما سبق في مقاييس الأطوال

المبحث الخامس (في الموازين)

(٣٠٣) وحدة الموازين هي الجرام وهو ثقل يستقيم مكعب من الماء المقطر (على درجة ٤ فوق الصفر) وله أجزاء ومضاعفات فأجزؤه هي

- أولاً - الديسيجرام وهو يعادل عشر الجرام
- ثانياً - السنتيجرام وهو يعادل جزءاً من مائة من الجرام
- ثالثاً - الملليجرام وهو يعادل جزءاً من ألف من الجرام

ومضاعفاته هي

- أولاً - الديكاجرام وهو يعادل عشرة جرام

- ثانيا - الهكتوجرام وهو يعادل مائة جرام
 ثالثا - الكيلوجرام وهو يعادل ألف جرام (وهو يعادل ثقل ليتر من الماء المقطر)
 رابعا - الميراجرام وهو يعادل عشرة آلاف جرام
 (٣٠٤) تكتب هذه المقاييس وتقرأ كما سيؤتى في مقاييس الاطوال

المبحث السادس

(في الزمن بالطريقة الافرنكية)

- (٣٠٥) عدد أيام السنة على الحساب الافرنكي هو ٣٦٥ يوما أو ٣٦٦ يوما على حسب ما تكون السنة بسيطة أو كبيسة وتسمى بالسنة الشمسية
 وهالة أسماء أشهرها وعدد أيامها

عدد الايام	أسماء الشهور	عدد الايام	أسماء الشهور
٣١	يوليه	٣١	يناير
٣١	أغسطس	٢٨ أو ٢٩	فبراير
٣٠	سبتمبر	٣١	مارس
٣١	أكتوبر	٣٠	أبريل
٣٠	نوفمبر	٣١	مايه
٣١	ديسمبر	٣٠	يونيه

المبحث السابع

(في النقود الفرنساوية)

- (٣٠٦) وحدة النقود الفرنساوية هي الفرنك وهو قطعة ترن ٥ جرام ومركبة من ٨٣٥ ر. من الفضة الخالصة ومن ١٦٥ ر. من النحاس وله أجزاء ومضاعفات
 لكنه لما كانت جميع النقود الفرنساوية ماعدا قطع الذهب منها بطل استعمالها من مصر قد اقتصرنا هنا على ذكر المستعمل منها فقط

وهالجدول لا يشتمل على أنواع قطع النقود الذهبية المستعملة منها الآن بمصر وعيارها ووزنها وأقطار محيطاتها والمسموح فيها من جهة الوزن والعيار

قيمة قطع العملة	العيار	مسموح العيار	الوزن القانوني	مسموح الوزن	القطر
١٠٠ فرنك	٠.٩٠٠	٠.٠٠١	٣٢,٢٥٨.٠٦ جرام	٠.٠٠١	٣٢ ملليمتر
» ٥٠	»	»	» ١٦,١٢٩.٠٣	»	» ٢٨
» ٢٠	»	»	» ٦,٤٥١.٦١	»	» ٢١
» ١٠	»	»	» ٣,٢٢٥.٨٠	»	» ١٩
» ٥	»	»	» ١,٦١٢.٩٠	»	» ١٧

(٣٠٧) قد ذكرنا بالتمرة السابقة لفظة مسموح والغرض منها أنه لما كانت فوريقات ضرب العملة لا يتأتى لها الخراج فنقد مضبوطة الوزن والعيار على مقتضى القانون ضبطاً محكماً فنقد رخص لها بعض مسموح في وزن القطع وعياراتها يكون ما بالجزء أو الزيادة بحيث لا يتعدى حده المرخص به ويختلف هذا المسموح باختلاف جنس معدن العملة

الفصل الثالث

(في المقاييس الانكليزية المستعملة بمصر)

(٣٠٨) الاقيسة الانكليزية المستعملة الآن بمصر قاصرة على بعض أقيسة الأطوال وبعض النقود وهي

أولاً - الياردة وتستعمل لقياس الاقيسة الشيت وهي أساس المقاييس الانكليزية ولها جزآن ومضاعفان فجزأها هما القدم وهو ثلث الياردة والاصبع وهو جزء من اثني عشر جزءاً من القدم ومضاعفاهما هما القامة الانكليزية وتعادل ياردتين والميل الانكليزي ويعادل ١٧٦٠ ياردة

ثانياً - الجنيه الانكليزي أو السترايوني هو من جنس الذهب وله نصف ويتقسم الى ٢٠ شلنًا وشلنًا الى ١٢ بنس

ويوجد للشلن نصف وضعف وخمسة أنصاف وخمسة أمثال. وجميعها من جنس الفضة وليست الآن مستعملة بمصر

الفصل الرابع

(في تحويل المقاييس الى بعضها)

(٣٠٩) من المعلوم أن تحويل الأقيسة الى بعضها يستلزم أولاً ضرورة معرفة نتائج مقارنة وحداتها الأصلية ببعضها بحيث لو علمت تلك النتائج أو النسب فإن عملية التحويل لا تحتاج بعدها إلا الى ضرب الوحدات المراد تحويلها في النسبة الكائنة بين وحدته الأصلية والوحدة المراد التحويل اليها كما سنذكره

المبحث الأول

(في تحويل أقيسة الأطوال الى بعضها)

الفروع الأول

(في تحويل أقيسة الأطوال المصرية الى قطرها من الأعداد العشرية وعكسه)

(٣١٠) قد ذكر في بعض المؤلفات الفرنسية أن طول ضلع قاعدة هرم الجيزة الكبير يعادل ٣٣٢ مترًا تقريبًا بحيث أن طول الشبر يعادل ٠,٢٣١ متر

وبالبناء على ذلك يكون

أولاً - طول الذراع البلدي معادل الى ٢,٥ × ٠,٢٣١ = ٠,٥٧٧٥ م أو ٥٨ م تقريبًا (وقد حقق المرحوم محمود باشا الفلكي مقدار الذراع البلدي فوجد أنه يساوي ٠,٥٨٢٦ م غير أن المقدار ٠,٥٨ م موافق للتداول بين الناس وليست بالأمثلة العالية الصادر في ١٩ رمضان سنة ١٣٠٨ هجرية ٢٨ أبريل سنة ١٨٩١ ميلادية) ويؤخذ من هذا أن

(١) طول الفرسخ البري يعادل ٧٦٦٢,٨٣ × ٠,٥٨ = ٤٤٤٤,٤٤١٤ مترًا تقريبًا

(٢) طول الفرسخ البحري يعادل ٩٥٧٨,٣٦ × ٠,٥٨ = ٥٥٥٥,٤٤٨٨ مترًا تقريبًا

(٣) وطول الميسل البري يعادل $\frac{1}{16}$ × ٤٤٤٤,٤٤١٤ = ٢٧٨,٤٨٠٤ مترًا تقريبًا

(٤) وطول الميسل البحري يعادل $\frac{1}{16}$ × ٥٥٥٥,٤٤٨٨ = ٣٤٧,٢١٨ مترًا تقريبًا

ثانياً - طول الذراع الاسلامبولي مساوي الى ٢,٩ × ٠,٢٣١ = ٠,٦٦٩٩ م أو

٠,٦٧ م تقريبًا

ثالثاً - طول الهنداسه مساوي الى ٢,٨ × ٠,٢٣١ = ٠,٦٤٦٨ م أو ٦٥ م تقريبًا

رابعاً - طول الذراع الشرعي مساوي الى ٢,١٣٥ × ٠,٢٣١ = ٠,٤٩٣١٨ م أو

٠,٤٩٣٢ م تقريبًا

ومن ذلك يؤخذ أن

$$(١) \text{ طول الميل الشرعى أو العربى يعادل } ٤٠٠٠ \times ٠,٤٩٣٢ = ١٩٧٢,٨ \text{ متر تقريبا}$$

$$(٢) \text{ طول الفرسخ الشرعى يعادل } ٣ \times ١٩٧٢,٨ = ٥٩١٨,٤ \text{ متر تقريبا}$$

$$(٣) \text{ طول البريدي يعادل } ٤ \times ٥٩١٨,٤ = ٢٣٦٧٣,٦ \text{ متر تقريبا}$$

$$\text{خامسا - طول الذراع المعمارى مساو الى } ٢,٢٤ \times ٢٣١ = ٥١٨,٤٤ \text{ أو } ٥١٨,٧٥ \text{ متر}$$

وبالبناء على هذا يكون

$$(١) \text{ طول القبضة معادلا الى } \frac{١}{٦} \times ٥١٨,٧٥ = ٨٦,٤٦ \text{ متر}$$

$$(٢) \text{ طول الاصبع معادلا الى } \frac{١}{٢٤} \times ٥١٨,٧٥ = ٢١,٦١٦٥ \text{ متر}$$

$$(٣) \text{ طول حبة الشعير معادلا الى } \frac{١}{١٤٤} \times ٥١٨,٧٥ = ٣,٥٣٣٨ \text{ متر}$$

$$(٤) \text{ طول الباع معادلا الى } ٤ \times ٥١٨,٧٥ = ٢٠٧٥ \text{ متر}$$

$$(٥) \text{ طول القبضة معادلا الى } \frac{٧١}{١٠} \times ٥١٨,٧٥ = ٣٠٠٠ \text{ متر}$$

$$(٦) \text{ طول الميل الهاشمى معادلا الى } ١٠٠٠ \times ٥١٨,٧٥ = ٥١٨٠٠٠ \text{ متر}$$

$$(٧) \text{ طول الفرسخ الهاشمى معادلا الى } ٣ \times ٥١٨,٧٥ = ١٥٥٦,٢٥ \text{ متر}$$

$$\text{سادسا - طول الذراع النبلى مساو الى } ٢,٣٣ \times ٢٣١ = ٥٣٨,٢٣ \text{ أو } ٥٣٨,٥٤ \text{ متر تقريبا}$$

$$(٣١١) \text{ وبالعكس حيث ان الذراع البلى يعادل } ٥٨ \text{ متر ينتج أن كل مائة ذراع بلى}$$

$$\text{يعادل } ١٠٠ \times ٥٨ = ٥٨٠٠ \text{ متر واذن فالتر يعادل } \frac{١}{٥٨} \text{ من مائة ذراع بلى أو يعادل}$$

$$\frac{١}{٥٨} = \frac{١}{٥٨} = ١,٧٢٤ \text{ ذراعا بلى}$$

$$\text{وبالقياس على ذلك يكون المتر معادلا } \frac{١}{٥٨} = ١,٧٢٤ \text{ ذراعا بلى ومعادلا } \frac{١}{٥٨} =$$

$$١,٧٢٤ \text{ هنداسة ومعادلا } \frac{١}{٥٨} = ٢,٠٢٧ \text{ ذراعا شرعيا ومعادلا } \frac{١}{٥٨} = ١,٣٣$$

$$\text{ذراعا معماريا ومعادلا } \frac{١}{٥٨} = ١,٨٥ \text{ ذراعا نبلى ومن هذا يؤخذ أن}$$

$$(١) \text{ الديسمتر يعادل } ١,٧٢٤ \text{ ذراعا بلى ويعادل } ١,٤٩ \text{ ذراعا اسلامبوليا ويعادل}$$

$$١,٥٤ \text{ ذراعا هنداسة ويعادل } ٢,٠٢٧ \text{ ذراعا شرعيا ويعادل } ١,٣٣ \text{ ذراعا معماريا ويعادل}$$

$$١,٨٥ \text{ ذراعا نبلى وعلى هذا يقاس باقى أجزاء المتر}$$

$$(٢) \text{ الديكامتر يعادل } ١٧,٢٤ \text{ ذراعا بلى ويعادل } ١٤,٩ \text{ ذراعا اسلامبوليا ويعادل}$$

$$١٥,٤ \text{ ذراعا هنداسة ويعادل } ٢٠,٢٧ \text{ ذراعا شرعيا ويعادل } ١٣,٣ \text{ ذراعا معماريا ويعادل } ١٨,٥$$

$$\text{ذراعا نبلى وعلى هذا يقاس باقى مضاعفات المتر}$$

(٣١٢) اذا تقرهذاند كالمثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٣٧٥ ذراعاً بلدياً الى كيلومترات نقول حيث ان الذراع البلدي يعادل ٠.٥٨ م وان المتر يعادل ٠.٠٠١ كيلومتر فيعادل اذن ٢٣٧٥ ذراعاً بلدياً كيلومترات قدرها $٢٣٧٥ \times ٠.٥٨ \times ٠.٠٠١ = ١.٣٧٥٠$

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٧٢٥ متراً الى أقدام نقول حيث ان القصة تعادل ٣.٥٥ متر فيكون المتر معادلاً الى $\frac{1}{3.55}$ قصة وعليه يكون ٧٢٥ متراً معادلاً الى $٧٢٥ \times \frac{1}{3.55} = ٢٠٤,٢٢٥$ قصة تقريباً

الفرع الثاني

(في تحويل أقيسة الاطوال الانكليزية الى نظائرها من الاعشارية وعكسه)

(٣١٣) حيث أن طول الياردة يعادل ٠.٩١٤٣٨٣٤٨ م فيكون

(١) القدم الانكليزي معادلاً الى $\frac{1}{4}$ $٠.٩١٤٣٨٣٤٨ \times \frac{1}{4} = ٠.٢٢٨٥٩٥٨٧$ م تقريباً

(٢) والاصبع الانكليزي معادلاً الى ٠.٠٢٥٣٩٩٥٤ متر تقريباً

(٣) والميل الانكليزي معادلاً الى ١٦٠٩,٣١٤٩٢٤٨ متر تقريباً

(٤) والقامة الانكليزية معادلة الى ١,٨٢٨٧٦٦٩٦ متراً

(٣١٤) وبالعكس - حيث ان المتر يعادل $\frac{1}{0.91438348}$ ياردة أو ١.٠٩٤ ياردة تقريباً

فيعادل اذن ٣,٢٨٠.٨٩٩٢ أو ٣,٢٨ ياردة تقريباً و٣,٢٨ ياردة تقريباً يعادل ٣٩,٣٧.٧٩

أو ٣٩,٣٧ أصبعاً انكليزياً تقريباً ويعادل ١٦٥٢٨.٦٥٢٨ أو ١٦,٥٢٨ ياردة تقريباً

تقريباً ويعادل ٠.٠٠٠٦٢١٣٨٢ ميلاً انكليزياً

وبناء على ما ذكر يكون

(١) السنتيمتر معادلاً الى ٠.٠١٠٩٤ ياردة تقريباً أو ٠.٣٢٨ ياردة تقريباً

أو ٠.٣٩٣٧ أصبعاً انكليزياً وهكذا وعلى هذا يقاس باقي أجزاء المتر

(٢) والكيلومتر معادلاً الى ١.٠٩٤ ياردة تقريباً أو ٣٢٨٠ ياردة تقريباً

أو ٣٩٣٧.٠ أصبعاً انكليزياً وهكذا وعلى هذا يقاس باقي مضاعفات المتر

(٣١٥) اذا تقرهذاند كالمثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل خمسة كيلومترات الى أميال انكليزية نقول حيث ان

الكيلومتر الواحد يعادل ١٦٢١٣٨٢,٠ ميل انكليزيا فان خمسة كيلومترات تعادل اذن
 $٠,٦١٣٨٢ \times ٥ = ٣,١٠٦٩١٠$ ميل انكليزيا

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٣٧٢٥ ياردة الى ديكامترات فنقول حيث ان الياردة
 تعادل ٠,٩١٤٣٨٣٤٨ متر فتعادل ٠,٩١٤٣٨٣٤٨ ديكامتر وحيث نضع عدد ٣٧٢٥
 ياردة يعادل $٠,٩١٤٣٨٣٤٨ \times ٣٧٢٥ = ٣٤٠,٦٠٧٨٦٣٠٠$ ديكامتر

الفرع الثالث

(في تحويل أقيسة الاطوال المصرية الى نظائرهما من الانكليزية وعكسه)

(٣١٦) ولجعل هنا الاقيسة الاعشارية واسطة لتحويل الاقيسة المصرية الى نظائرها من
 الانكليزية فنقول حيث ان الذراع البلدى يعادل ٠,٥٨ م والياردة تعادل ٠,٩١٤٤ م
 تقريبا فالذراع البلدى يعادل اذن $\frac{٠,٥٨}{٠,٩١٤٤} = ٠,٦٣٤$ ياردة أو أن الياردة تعادل
 $\frac{٠,٩١٤٤}{٠,٥٨} = ١,٥٧٦$ ذراعا بلديا تقريبا وعلى هذا وما سبق يقاس الباقى

(٣١٧) اذا قررر هذان كرم للمثالين الآتيين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٥٧ ذراعا معماريا الى قامات انكليزية فنقول حيث ان
 الذراع المعمارى يعادل $\frac{٠,٧٥}{٠,٩١٤٤} = ٠,٨٢$ ياردة تقريبا فيعادل اذن ٤,١ قامة انكليزية
 وعليه فيكون ٢٥٧ ذراعا معماريا معادلا الى $٠,٨٢ \times ٢٥٧ = ٢١٠,٣٧٤$ قامة انكليزية
 المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٣٤٢ ياردة الى أقصاب فنقول حيث ان الياردة تعادل
 $\frac{٠,٩١٤٤}{٣,٧٥٠} \times ٣٤٢ = ٨٨,٠٩١$ قصبه تقريبا

المبحث الثانى

(في تحويل أقيسة السطوح الى بعضها المصرية الى اعشاريه وعكسه)

(٣١٨) أولا - حيث ان القصبه تعادل ٣,٧٥٠ م فالقصبه المربعة تعادل $٣,٧٥٠ \times ٣,٧٥٠$
 $= ١٤,٦٠٢٥٠$ مترا مربعا تقريبا
 وبالنسبة الى ذلك يكون

- (١) الفدان المصرى معادلا الى $١٤,٦٠٢٥٠ \times ٢٣٣,٣٣ = ٤٢٠٠,٨$ مترا مربعا تقريبا
- (٢) القيراط الكامل معادلا الى $١٧٥,٠٣٤٧٢٢$ مترا مربعا تقريبا
- (٣) والساحة معادلة الى $٥٨,٣٤٤٩٠٧$ مترا مربعا تقريبا

- (٤) والدائق معادل الى ٢٩,١٧٤٤٣٣٧ مترامربعاً تقريباً
 (٥) والسهم معادل الى ٠,٧٤٩٣١١٣٤ مترامربعاً تقريباً
 (٦) والسحوت معادل الى ٠,٣٠٣٨٧٩٧ مترامربعاً تقريباً
 ثانياً - حيث ان الذراع المعمارى يعادل ٠,٧٥ م فالذراع المعمارى المربع يعادل ٠,٧٥ × ٠,٧٥ = ٠,٥٦٢٥ مترامربعاً

(٣١٩) وبالعكس - حيث ان المتر يعادل $\frac{1}{3,000}$ قصبه فالمتر المربع يعادل اذن ٠,٢٨١٦٩ × ٠,٢٨١٦٩ = ٠,٧٩٣٤٩٢٦٥١ أو ٠,٧٩٣٥ قصبه مربعة تقريباً وبالبناء على هذا يكون

(١) الديسمتر المربع معادل الى ٠,١ × ٠,٧٩٣٥ = ٠,٠٧٩٣٥ قصبه مربعة تقريباً

(٢) والديكامتر المربع معادل الى ١٠٠ × ٠,٧٩٣٥ = ٧٩,٣٥ قصبه تقريباً وعلى هذا يقاس باقى الاجزاء والمضاعفات

(٣٢٠) اذا تقررهذا نذكر المثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٥ فدانا مصرى الى آرات أى الى ديكامترات مربعة نقول حيث ان الفدان يعادل ٤٢٠٠,٨ مترامربعاً فيعادل اذن من الآرات ٤٢,٠٠٨ وحينئذ فان خمسة وعشرون فدانا تعادل ٤٢,٠٠٨ × ٢٥ = ١٠٥٠,٢٠ آرا
 المثال الثانى - ليكن المطلوب تحويل ٧١٠ أمثرا مربعة الى أقصاب مربعة نقول حيث ان المتر المربع يعادل ٠,٧٩٣٥ قصبه مربعة فيعادل اذن ٧١٠ مترامربعاً أقصاها مربعة عددها مساوى الى ٠,٧٩٣٥ × ٧١٠ = ٥٦٣,٣٨٥٠

المبحث الثالث

(فى تحويل أقيسة الاحجام الى بعض المصيرية الى أعشارية وعكسة)

(٣٢١) الذراع المعمارى المكعب يعادل ٠,٧٥ × ٠,٧٥ × ٠,٧٥ = ٠,٤٢١٨٧٥ مترامكعباً والقصبه المكعبة تعادل ٣,٥٥ × ٣,٥٥ × ٣,٥٥ = ٤٤,٧٣٧٨٧٥ مترامكعباً

(٣٢٢) وبالعكس المتر المكعب يعادل $1,33 \times 1,33 \times 1,33 = 2,352$ ذراعاً معمارياً مكعباً وعلى هذا يكون

(١) الديسمتر المكعب يعادل $2,352 \times 0,001 = 0,002352$ ذراعاً معمارياً مكعباً

(٢) الديكومتر المكعب يعادل $2,352 \times 1000 = 2352$ ذراعاً معمارياً مكعباً وعلى هذا يقاس باقى الاجزاء والمضاعفات

(٣٢٣) اذاقرر ما ذكره كالمثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٧٢ ذراعاً معمارياً مكعباً الى ديسيمترات مكعبة نقول

حيث ان الذراع المعارى المكعب يعادل $2,352$ متر مكعباً فيعادل اذن $2,352 \times 72 = 170,672$ ديسيمتر مكعباً

وحيث ان ديسيمتر مكعب يعادل $0,001$ متر مكعباً فيعادل الى $170,672 \times 1000 = 170,672$ متر مكعباً

٣٠٣٧٥ ديسيمتر مكعب

المثال الثانى - ليكن المطلوب تحويل 72034 سنتيمترات مكعبة الى أذرع معمارية

مكعبة نقول حيث ان المتر المكعب يعادل $2,352$ ذراعاً معمارياً مكعباً فيعادل السنتيمتر

المكعب من الاذرع المعمارية المكعبة المقدار $2,352 \times \frac{1}{1000} = 0,002352$

وحيث ان عدد 72034 سنتيمتر مكعب يعادل $72034 \times 0,002352 = 170,672$ ذراعاً معمارياً مكعباً

$170,672$ ذراعاً معمارياً مكعباً

المبحث الرابع

(في تحويل المكايل الى بعضها المصرية الى اعشارية وعكسه)

(٣٢٤) قد ذكرنا (بمزة ٢٨٦) أن الذراع البلدى هو أساس المكايل المصرية وأن حجم

مكعبه يسع أربعاً مصرية (بمزة ٣٠١) أن وحدة مقاييس المواعع والحبوب الاعشارية

هو الليتر وهو عا يساوى حجمه ديسيمتر مكعب وحيث ان الذراع البلدى المكعب يساوى

195112 متر مكعباً فيسع حجمه اذن 195 ليتر وديسيليتر واحداً وستيلتر واحداً

وميليلترين ولم يكن ذلك موافقاً للتداول بين الناس لان المقدار المتداول هو باعتبار أن الذراع

البلدى المكعب يعادل 198 متر مكعباً تقريباً أعنى أنه يعادل 198 ليتر كما جاء فى الامر

العالى الصادر فى ١٩ رمضان سنة ١٣٠٨ (٢٨ ابريل سنة ١٨٩١) الخاص باستعمال المقاييس

الاعشارية (وعلى هذا الاعتبار يكون مقدار الذراع البلدى مساوياً الى 5826 متر تقريباً

كما حققه الفضل المرحوم محمود باشا الفلكي بمزة ٣١٠ أولاً)

وبالبناء على ذلك يكون (اذ الوخط ما ذكر بنمرة ٢٨٧ يعلم أن ما سئد كره في هذا المبحث على
المكاييل المصرية من التقدير والتحويل لم يكن الا نظريا فقط لاعماليا كما لا يخفى)

- (١) سعة الوية معادلة الى ٣٣ ليتر
- (٢) والكيله معادلة الى ١٦,٥ ليتر
- (٣) والربع معادلا الى ٨,٢٥ ليتر
- (٤) والمائة معادلة الى ٤,١٢٥ ليتر
- (٥) والقدرح معادلا الى ٢,٠٦٢٥ ليتر
- (٦) ونصف القدرح معادلا الى ١,٠٣١٢٥ ليتر
- (٧) والرابعة معادلة الى ٠,٥١٥٦٢٥ ليتر
- (٨) والثلثه معادلة الى ٠,٢٥٧٨١٢٥ ليتر
- (٩) والخروبه معادلة الى ٠,١٢٨٩٠٦٢ ليتر
- (١٠) والقصيراط معادلا الى ٠,٠٦٤٤٥٣١٢٥ ليتر

(٣٢٥) وبالعكس حيث ان المتر يعادل ١,٧٢٤ (بنمرة ٣١١ باعتبار أن طول الذراع
البلدى يعادل ٠,٥٨ م) ذراعا بلديا فالتر المكعب يعادل اذن ١,٧٢٤ × ١,٧٢٤ × ١,٧٢٤
= ٥,١٢٤٠٢١٤٢٤ ذراعا بلديا مكعبا ولما كان الليتر يعادل $\frac{1}{100}$ من المتر المكعب
فيعادل اذن ٠,٠٠١ × ٥,١٢٤٠٢١٤٢٤ = ٥,١٢٤٠٢١٤٢٤ × ٠,٠٠٠١ أو ٠,٠٠٥
ذراعا بلديا مكعبا

وبناء على هذا وما سبق يقاس الباقى

(٣٢٦) اذا تقررهذا نذكر المثالين الاتيين

المثال الاول - ليكن المطلوب معرفة ما يسعه حجم ٣٥٢ أردبامصريا من الهكتوليترات
نقول حيث ان حجم الارذب المصرى يسع ١٩٨ ليتر فيسع اذن مقدارا من الهكتوليترات
قدره ١,٩٨ وبنا عليه فحجم ٣٥٢ أردبامصريا يسع ١,٩٨ × ٣٥٢ = ٦٩٦,٩٦ هكتوليترا
للمثال الثانى - ليكن المطلوب تقدير سعة ٧٥٠ ديكا ليتر بسعة الميكال (النظرى) الذى
تكال به الوية نقول

حيث ان سعة الوية (النظرية) تعادل ٣٣ ليتر فتسع من الديكا ليترات مقدار ا قدره
٣,٣ وتكون سعة الديكا ليتر معادلة الى $\frac{1}{33}$ = ٠,٣٠٣٠٣٠٣ وية تقريبا
وحينئذ فسعة ٧٥٠ ديكا ليتر تعادل ٠,٣٠٣٠٣ × ٧٥٠ = ٢٢٧,٢٧٢٥ وية تقريبا

المبحث الخامس

(في تحويل الاوزان الى بعضها المصرية الى اعشارية وعكسه)

(٣٢٧) قلذ كزامن جهة (بنمرة ٢٨٨) أن الدرهم الذي هو وحدة الاوزان المصرية يعادل جزأ من ألف من ثقل مكعب ماء مقطر ضلعه ربع ذراع بلدى ومن جهة أخرى (بنمرة ٣٠٣) أن الجرام الذي هو وحدة الاوزان الاعشارية يعادل ثقل مكعب ماء مقطر ضلعه ستمتر وحيث ان المكعب الذى ضلعه ربع ذراع بلدى يعادل ٠.٠٠٣٠٤٨٦٢٥ متر مكعبا أى يساوى ٣ ديسيمتر مكعب و ٤٨ ستمتر مكعب و ٦٢٥ ملليمتر مكعب فيعادل اذن ٣٠٠٠ جراما و ٤٨ جراما و ٦٢٥ ملليمتر أى يعادل ٣٠٤٨ و ٦٢٥ جراما ولما كان هذا المقدار يعادل زنة ألف درهم نخرج من ذلك أن الدرهم يعادل ٣٠٤٨ و ٦٢٥ جراما أو ٣,٠٥٠ جراما تقريبا

انما مقدار الدرهم الذى جاء فى الامر العالى السابق التنويه عنه (بنمرة ٣٢٤) انما هو باستعمال المقاييس الاعشارية هو ٣,١٢ جراما (والمقدار المتداول هو ٣,١٢٥ جراما أى ان الدرهم يعادل ٣ جرام و ١٢ غن) وبناء على ذلك يكون

- (١) زنة القيراط معادلة الى ١,٩٥٠ جراما
- (٢) وزنة القمجة معادلة الى ٠,٠٤٨٧٥ جراما
- (٣) وزنة المنة معادلة الى ٤,٦٨ جراما
- (٤) وزنة الوقية معادلة الى ٣٧,٤٤ جراما
- (٥) وزنة الرطل معادلة الى ٤٤٩,٢٨ جراما
- (٦) وزنة الاقة معادلة الى ١٢٤٨ جراما
- (٧) وزنة القنطار معادلة الى ٤٤٩٤٨ جراما أو ٤٤,٩٢٨ كيلو جراما

(٣٢٨) وبالعكس حيث ان الدرهم يعادل ٣,١٢ جراما فيعادل الجرام اذن $\frac{1}{312} =$ ٣,٢٥٠ درهمه او ٥,١٢٨ قيراطا وهكذا

(٣٢٩) اذا تقرهنا ذلك المثالين الاتيين

المثال الاول - ليكن المبالغ تحويل ١٧٣٢ درهمه الى كيلو جرامات نقول حيث ان الدرهم يعادل ٣,١٢ جراما فيعادل من الكيلو جرام المقدار ٠.٠٣١٢٠٠٣١٢ وحيث عدد ١٧٣٢ درهمه يعادل $١٧٣٢ \times ٠.٠٣١٢ = ٥,٤٠٣٨٤$ كيلو جراما

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٥٤٣٢ كيلو جراما الى قناطر نقول حيث ان
 الكيلوجرام الواحد يعادل $\frac{1}{٤٤٩٩٣٥}$ قنطارا فعدد ٥٤٣٢ كيلو جراما يعادل $٥٤٣٢ \times \frac{1}{٤٤٩٩٣٨} = ١٢٠,٩٠$ قنطارا تقريبا

المبحث السادس

(في تحويل النقود الى بعضها)

الفرع الاول

(في تحويل النقود المصرية الى نقود فرنساوية وعكسه)

- (٣٣٠) حيث ان الجنيه يعادل ٢٥,٩٢٣٥ أو ٢٦ فرنكا تقريبا فيكون
 (١) نصف الجنيه المصري معادل الى ١٢,٩٦١٧٦ أو ١٣ فرنكا تقريبا
 (٢) وربع الجنيه المصري معادل الى ٦,٤٨٠,٨٨ أو ٦,٥ فرنكا تقريبا
 (٣) وخمس الجنيه المصري ذهباً كان أو فضة معادل الى ٥,١٨٤٧,٥ أو ٥,٢ فرنكا تقريبا
 (٤) وعشر الجنيه المصري ذهباً كان أو فضة معادل الى ٢,٥٩٢٣٥ أو ٢,٦ فرنكا
 تقريبا
 (٥) ونصف عشر الجنيه المصري ذهباً كان أو فضة معادل الى ١,٢٩٦١٧٥ أو ١,٣ فرنكا
 تقريبا

- (٦) وخمس عشر الجنيه المصري معادل الى ٥,١٨٤٧,٥ أو ٥,٢ فرنكا تقريبا
 (٧) وعشر عشر الجنيه المصري أو القرش معادل الى ٢,٥٩٢٣٥ أو ٢,٦ فرنكا
 تقريبا.

- (٨) ونصف القرش معادل الى ١,٢٩٦١٧٥ أو ١,٣ فرنكا تقريبا
 (٩) وربع القرش معادل الى ٠,٦٤٨٠,٨٧٥ أو ٠,٦٥ فرنكا تقريبا
 (١٠) والمليم معادل الى ٠,٢٥٩٢٣٥ أو ٠,٢٦ فرنكا تقريبا.
 (١١) ونصف المليم معادل الى ١,٢٩٦١٧٥ أو ١,٣ فرنكا تقريبا
 (١٢) وربع المليم معادل الى ٠,٦٤٨٠,٨٧٥ أو ٠,٦٥ فرنكا تقريبا

- (٣٣١) وبالعكس الفرنك يعادل $\frac{1}{٢٥٩٩٣٥}$ أو ٣,٨٥٧٥ فرنكا تقريبا أو يعادل
 ٣,٨٥٧٥ قرشاً مصرية أو يعادل ٣,٨٥٧٥ مليم

وبالبناء على هذا يكون

(١) القطعة التي قيمتها ١٠٠ فرنك معادلة الى ٣,٨٥٧٥١ جنيهامصرياً وأولى ٢٨٥,٨٥١

قرشاً وأولى ٣,٨٥٧,٥١ ملية

(٢) والقطعة التي قيمتها ٥٠ فرنكاً معادلة الى ١,٩٢٨,٧٥٥ جنيهامصرياً وأولى

١,٩٢,٨٧٥٥ قرشاً وأولى ١٩٢,٨٧٥٥ ملية

(٣) والقطعة التي قيمتها عشرون فرنكاً معادلة الى ٧٧,١٥٠ جنيهامصرياً وأولى ٧٧,١٥

قرشاً وأولى ٧٧,١٥ ملية (أو $\frac{٧٧}{٦}$)

(٤) والقطعة التي قيمتها خمسة فرنكات معادلة الى ١,٩٢٨,٧٥٠ جنيهامصرياً وأولى

١٩,٢٨٧٥٠ قرشاً وأولى ١٩٢,٨٧٥٠ ملية وهكذا

(٣٣٢) اذا قرر هذا ذكر المثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطاوب تحويل ٢٢٥ قطعة من قطع النقود المصرية التي قيمة الواحدة

منها خمس عشر الجنيه المصري الى قطع ذهب فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها عشرون

فرنكاً نقول حيث ان القطعة الواحدة المصرية من التي قيمة الواحدة منها خمس عشر الجنيه

المصري تعادل ٥,١٨٤٧,٠ فرنكاً فتعادل اذن $\frac{١}{١٠} \times ٥,١٨٤٧,٠ = ٥١٨,٤٧٠$

قطعة من التي قيمة الواحدة منها عشرون فرنكاً وحينئذ فعدد ٢٢٥ قطعة مصرية من التي قيمة

الواحدة منها خمس عشر الجنيه المصري يساوي $٢٢٥ \times ٥١٨,٤٧٠ = ١١٦,١٥٥,٥٠٠$

قطعة فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها عشرون فرنكاً

المثال الثاني - ليكن المطاوب تحويل مائة قطعة فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها خمسة

فرنكات الى قروش نقول حيث ان قيمة القطعة الواحدة من ذوات الخمسة فرنكات تعادل

قروشا قدرها ١٩,٢٨٧٥ فتكون المائة قطعة المعروفة معادلة الى ١,٩٢٨,٧٥٠ قرشاً

الفرع الثاني

(في تحويل النقود الانكليزية الى نقود فرنساوية وعكسه)

(٣٣٣) الجنيه الانكليزي أو السترليني يعادل ٢٥,٢٧٥,٤٣٧ فرنكاً تقريباً وبما عليه يكون

(١) نصف الجنيه الانكليزي معادلاً الى ١٢,٦٣٧,٧١٨ فرنكاً تقريباً

(٢) والقطعة التي قيمتها خمسة شلنات أي ربع جنيه انكليزي معادلة الى ٦,٣١٨,٨٥٩

فرنكاً تقريباً

- (٣) والقطعة التي قيمتها شلن ونصف معادلة إلى ٣,١٥٩٤٢٩ فرنكا تقريبا
 (٤) والقطعة التي قيمتها شلن فقط معادلة إلى ٢,٥٢٧٥٤ فرنكا تقريبا
 (٥) والشلن معادلا إلى ١,٢٦٣٧٧ فرنكا تقريبا
 (٦) ونصف الشلن معادلا إلى ٠,٦٣١٨٨ فرنكا تقريبا
 (٧) والبنس معادلا إلى ١٠,٥٣١٤ فرنكا تقريبا أو معادلا إلى ١٠,٥٣١٤٣٢٢
 سنتيما

(٣٣٤) وبالعكس الفرنك يعادل $\frac{1}{20,270,437}$ = ٠,٣٩٥٦ جنيا انكليزيا تقريبا
 أو يعادل ٧٩١٢ شلنا تقريبا فعلى هذا يكون

(١) القطعة التي قيمتها ١٠٠ فرنك معادلة إلى ٣,٩٥٦ جنيا انكليزيا تقريبا أو معادلة إلى
 ٧٩,١٢ شلنا

(٢) والقطعة التي قيمتها عشرون فرنكا معادلة إلى ٧٩١٢ جنيا انكليزيا تقريبا أو معادلة
 إلى ١٥,٨٢٤ شلنا تقريبا

(٣) والقطعة التي قيمتها خمسة فرنكات معادلة إلى ١٩٧٨ جنيا انكليزيا تقريبا أو معادلة
 إلى ٣,٩٥٦ شلنا تقريبا وهكذا

(٣٣٥) اذا تقررهذا كالمثالين الآتين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٢٧٥ شلنا إلى قطع فرنساوية من التي قيمة الواحدة
 منها خمسة فرنكات نقول حيث ان الشلن يعادل ١,٢٦٣٧٧ فرنكا فيعادل ضرورة
 $\frac{1}{10} \times 1,263,777 = 126,377.7$ من القطع الفرنسية التي قيمة الواحدة منها خمسة
 فرنكات وعليه فيكون ٢٧٥ شلنا معادلا إلى

$126,377.7 \times 5 = 631,888.5$ قطعة فرنساوية قيمة كل واحدة منها ٥ فرنكات
 المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ٥٧ قطعة فرنساوية من التي قيمة الواحدة منها
 عشرون فرنكا إلى جنيا انكليزية نقول حيث ان كل واحدة من هذه القطعة تعادل
 ٧٩١٢ جنيا انكليزيا تقريبا فعدد ٥٧ قطعة يعادل اذن

$$7912 \times 57 = 450,984 \text{ جنيا انكليزيا}$$

الفرع الثالث

(في تحويل النقود المصرية الى نقود انكليزية وعكسه)

(٣٣٦) الجنيه المصري يعادل $\frac{1}{٢٠} = ٠.٠٥$ جنيه انكليزي تقريبا أو الى ٢٠.٥١ شلنا وبالبنا على هذا يكون

(١) نصف الجنيه المصري معادلا الى ١٠.٢٥٦٤. جنيه انكليزي أو الى ١٠.٢٥٦٤ شلنا

(٢) وعشر الجنيه المصري معادلا الى ١.٠٢٥٦٤. جنيه انكليزي أو الى ١.٠٢٥٦٤ شلنا

(٣) وعشر الجنيه المصري معادلا الى ٠.١٠٢٥٦٤. جنيه انكليزي أو الى ٠.١٠٢٥٦٤ شلنا

(٤) والمليم معادلا الى ٠.٠٠١٠٢٥٦٤. جنيه انكليزي أو الى ٠.٠٠١٠٢٥٦٤ شلنا وهكذا

(٣٣٧) وبالعكس - الجنيه الانكليزي يعادل ١٠.٢٥٦٤ قرشاً مصرياً أو الى ١٠.٢٥٦٤ شلناً وهكذا

مصرياً أو ١٠.٢٥٦٤ مللماً

وبالبنا على ذلك يكون

(١) نصف الجنيه الانكليزي معادلا الى ٤.٨٧٥ قرشاً أو الى ٤.٨٧٥ مللماً

(٢) والقطعة التي قيمتها خمسة شلنات معادلة الى ٢٤.٣٧٥ قرشاً أو الى ٢٤.٣٧٥ مللماً

(٣) والثلث معادلا الى ٤.٨٧٥ قرشاً أو الى ٤.٨٧٥ مللماً

مصرياً أو الى ٤.٨٧٥ مللماً

والثلث معادلا الى ٤.٨٧٥ قرشاً أو الى ٤.٨٧٥ مللماً

مصرياً أو الى ٤.٨٧٥ مللماً

والمليم معادلا الى ٠.٠٠١٠٢٥٦٤. جنيه انكليزي أو الى ٠.٠٠١٠٢٥٦٤ شلناً وهكذا

(٣٣٨) اذا تقررهذا ذكر المثالين

المثال الاول - ليكن المطلوب تحويل ٣٢٧ قطعة من النقود المصرية التي قيمة الواحدة منها

عشر جنيه مصري الى شلنات نقول حيث ان عشر الجنيه المصري يعادل ٢٠.٥١٢٨ شلنا

فنبليح $٣٢٧ \times ٢٠.٥١٢٨ = ٦٧٠٠.٧٦٨٥٦$ شلنا

المثال الثاني - ليكن المطلوب تحويل ١٢٥ جنيه انكليزي الى أعشار أعشار الجنيه المصري

أو القروش نقول حيث ان الجنيه الانكليزي يعادل ١٠.٢٥٦٤ قرشاً مصرياً فنعلمد ١٢٥

جنيه انكليزي يعادل اذن $١٢٥ \times ١٠.٢٥٦٤ = ١٢٨٧.٥$ قرشاً

المبحث الخامس (غمريات)

- (١) حول ٥٣ ذراعاً بلدياً إلى أقصاب
- (٢) حول ٢٤,٣ قصبه مربعة إلى ديسيمترات مربعة
- (٣) حول ٧,٢٣ ديسيمترات مربعة إلى أقدام إنكليزية مربعة
- (٤) حول ١٢,٥ ذراع معماري مكعب إلى سنتيمترات مكعبة
- (٥) حول ١٤ أوقية مصرية إلى كيلوجرامات
- (٦) حول ١٣,٥ جنيه مصري إلى بنسات إنكليزية

الباب الثاني (في الاعداد المنتسبة)

الفصل الاول (المقدمة)

(٣٣٩) العدد المنتسب هو ما تركب من جله وحدات مختلفة التمييز منتسبة الى بعضها وهو اما غير منتسب ومنتسب

فغير المنتسب مثل ٥ قروش أو $\frac{5}{10}$ و ١٧ رطلا أو $\frac{17}{10}$ و ١٢ يوما والمنتسب مثل $\frac{13}{17}$ و $\frac{4}{9}$ و $\frac{8}{179}$ وهكذا

(٣٤٠) الوحدات الاصلية للقاييس الاعشارية وان كانت تدخل تحت التعريف المتقدم لكن لما كانت عمليات الكسور الاعشارية كافة لا جزم جميع ما يمكن ايراده عليها من الاعمال كان هذا الباب قاصرا على ما يتعلق بأعمال الاقيسة القديمة فقط

(٣٤١) يتبدأ دائما في كتابة الاعداد المنتسبة وقراتها بالاحد العليا لها من جهة اليسار ثم التالية لها في الصغر على عينيها ثم الاصغر منها وهكذا مع تمييز آحادها المختلفة باسمائها وعلاماتها

(٣٤٢) ينقسم محيط الدائرة قديما الى ٣٦٠ جزءا متساوية تسمى بالدرج وعلامتها (°) وتنقسم الدرجة الى ٦٠ دقيقة وعلامتها (′) وتنقسم الدقيقة الى ٦٠ ثانية وعلامتها (″) وتنقسم الثانية الى ٦٠ مائة وعلامتها (‴) وهكذا

وينقسم حديثا الى ١٠٠ درجة والدرجة الى ١٠٠ دقيقة والدقيقة الى ١٠٠ ثانية والثانية الى ١٠٠ مائة وهكذا

لكتابه أي عدد مركب من درج ودقائق وثواني وهكذا فإنه يوضع العدد الدال على الدرج جهة الشمال وعلى يمينه عدد الدقائق وعلى يمين الدقائق عدد الثواني وهكذا كل على حدته ويوضع فوقه الاشارة الدالة على نوعه ان كان على مقتضى التقسيم القديم أما اذا كان على مقتضى التقسيم الجديد فإنه يوضع العدد الدال على الدرج محل العدد الصحيح ويوضع فوقه علامة الدرج ثم يوضع الدقائق على يمين فاصل الاعشار في الخاتين الاولى والثانية وذلك لانه يدل على أجزاء من مائة من الدرجة ثم يوضع الثواني على يمين الدقائق في الخاتين الثالثة والرابعة الاعشارية كما سبق وهكذا

وعلى هذا فالعدد المركب من ٢٥ درجة و ٥٧ دقيقة و ٢٢ ثانية و ٥٣ ثلثه يكتب هكذا

$$٥٣ \frac{٢٢}{٣} ٥٧ ٢٥ \quad \text{ان كان التقسيم قديما}$$

$$٥٣,٥٧٢٢٢٥ \quad \text{ان كان التقسيم حديثا}$$

الفصل الثاني

(في عمليات تحويل الاعداد المنتسبة)

(٣٤٣) المسئلة الاولى - أن يكون المطلوب تحويل عدد غير منتسب أو منتسب الى أحاده الصغرى

الاول - اذا كان المطلوب تحويل $\frac{٥٧}{٣}$ مثلا الى جدد نقول

حيث ان القرش الواحد يعادل ٤ باره فعدد ٥٧ قرشا يعادل ضرورة $٥٧ \times ٤ = ٢٢٨٠$ باره وكذا حيث ان البار الواحد تعادل ١٠ جدد فعدد ٢٢٨٠ باره يعادل ٢٢٨٠٠ جدد أعني أن $\frac{٥٧}{٣} = ٢٢٨٠٠$ جدد

الثاني - اذا كان المطلوب تحويل العدد المنتسب ٤٧ ثانية و ٢٦ دقيقة و ٣ ساعات الى توانى نقول

حيث ان الساعة الواحدة تعادل ٦٠ دقيقة فعدد ٣ ساعات يعادل ضرورة $٦٠ \times ٣ = ١٨٠$ دقيقة ثم اذا ضم الى ذلك ٢٦ دقيقة تحصل ٢٠٦ دقيقة وبذلك يكون $\frac{٢٠٦}{٣} = ٦٨ \frac{٢}{٣}$ دقيقة

وكذا حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فعدد ٢٠٦ دقيقة يعادل اذن $٢٠٦ \times ٦٠ = ١٢٣٦٠$ ثانية ثم اذا ضم الى ذلك ٤٧ ثانية تحصل ١٢٤٠٧ ثانية وبذلك يكون $\frac{١٢٤٠٧}{٣} = ٤١٣٥ \frac{٢}{٣}$ ثانية

(٣٤٤) والقاعدة العمومية لتحويل عدد منتسب أو غير منتسب الى أحاده الصغرى أن نضرب الآحاد العليا فيما يساويه الواحد منها من الآحاد التالية لها في الصغر ونضيف الى الحاصل ما يوجد من نوعه ثم نجري على الناتج ما أجريناه على الآحاد العليا وهكذا حتى نصل الى الآحاد الصغرى المراد التحويل اليها

(٣٤٥) المسئلة الثانية - أن يكون المطلوب تحويل عدد غير منتسب أو منتسب الى عدد كسرى من نوع أحاده العليا

الأول - إذا كان المطلوب تحويل ١٢٤٠٧ ثانية إلى عدد كسري من جنس الساعات نقول حيث أن الساعة الواحدة تعادل $60 \times 60 = 3600$ ثانية فتكون الثانية الواحدة معادلة إذن $\frac{1}{3600}$ ساعة فإذا ضرب عدد الثواني المعلوم في $\frac{1}{3600}$ تحصل

$$12407 \text{ ثانية} = \frac{1}{3600} \times 12407 = \frac{12407}{3600} \text{ ساعة}$$

الثاني - إذا كان المطلوب تحويل $\frac{5}{7} \frac{32}{57}$ إلى عدد كسري من نوع القروش فنحول $\frac{32}{57}$ باره إلى جدد فيحدث $\frac{32}{57}$ جدد ثم يضم إلى ذلك $\frac{5}{7}$ جدد فيحدث $\frac{32}{57}$ جدد ثم يحول هذا العدد إلى عدد كسري من جنس القروش بواسطة ضربه في $\frac{1}{48}$ فيحدث $\frac{32}{48}$ وأذن يكون $\frac{5}{7} \frac{32}{57} = \frac{5}{57} + \frac{32}{48} = \frac{5}{57} + \frac{8}{12} = \frac{5}{57} + \frac{2}{3} = \frac{5 + 38}{57} = \frac{43}{57}$ قرشا

(٣٤٦) والقاعدة العمومية لتحويل عدد منتسب أو غير منتسب إلى عدد كسري من نوع آحاده العليا يقسم العدد المعلوم على ما يساويه أحد الآحاد العليا المراد التحويل إليها من الآحاد الصغرى المعلوم أن كان العدد غير منتسب أما إذا كان منتسباً فيحول أولاً مادون آحاده العليا إلى الآحاد الصغرى ثم يحول الناتج إلى عدد كسري من جنس الآحاد العليا ويضم إلى وحدات الآحاد العليا المعلوم

(٣٤٧) المسئلة الثالثة - ليكن المطلوب تحويل عدد غير منتسب إلى عدد منتسب فإذا أريد مثلاً تحويل ١٢٤٠٧ ثواني إلى عدد منتسب مؤلف من ثواني ودقائق وساعات يحول أولاً العدد المعلوم إلى دقائق بواسطة ضربه في $\frac{1}{60}$ أو قسمة العدد المعلوم على ٦٠ وحيث أن خارج القسمة هو ٢٠٦ والباقي ٤٧ يحدث

$$12407 \text{ ثواني} = 206 \frac{47}{60}$$

ثم يحول بعد ذلك ٢٠٦ دقيقة إلى ساعات بواسطة ضربه في $\frac{1}{60}$ أو قسمة على ٦٠ وحيث أن خارج القسمة هو ٣ والباقي ٢٦ يحدث $206 \text{ دقيقة} = 3 \frac{26}{60}$ وأذن يكون

$$12407 = 3 \frac{26}{60} \frac{47}{60}$$

(٣٤٨) والقاعدة العمومية لتحويل عدد غير منتسب إلى عدد منتسب أن نقسم العدد المعلوم على عدد مرات انحصار وحدته في الوحدة التي هي أرق منها مباشرة خارج القسمة يدل على عدد الوحدات الجديدة والباقي يكون من نوع الوحدة المعلومه ثم يجري على خارج القسمة ما أجريناه على العدد المعلوم وهكذا حتى نصل إلى العدد المنتسب المطلوب

(٢٤٩) المسئلة الرابعة - أن يكون المطلوب تحويل عدد كسرى غير منتسب الى عدد منتسب

فاذا أريد مثلا معرفة عدد الايام والساعات والدقائق والثواني المشتملة على السنة الشمسية التي هي ٣٦٥,٢٤٢٢٦ يوما نقول

حيث ان اليوم يشتمل على ٢٤ ساعة فكسر اليوم وهو ٢٤,٤٢٢٢٦. مشتمل على ساعات قدرها $٢٤ \times ٣٦٥,٢٤٢٢٦ = ٨٠١٤٢٤$ ساعة

وكذلك من حيث ان الساعة الواحدة تعادل ٦٠ دقيقة فكسر الساعة وهو ٨٠١٤٢٤. يعادل ضرورة $٦٠ \times ٨٠١٤٢٤ = ٤٨٠٨٥٤٤$ دقيقة

وكذلك من حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فكسر الدقيقة وهو ٨٠٨٥٤٤. يعادل ضرورة $٦٠ \times ٨٠٨٥٤٤ = ٥١٠٩٢٦٤$ ثانية

وبناء على ما ذكر تكون السنة الشمسية مشتملة على $٣٦٥٠٥٤٨٠١,٩٢٦٤$ يوم

(٣٥٠) تنبيه - اذا كان الكسر المصاحب للعدد الصحيح اعتياديا فانه اما يحول الى كسر اعشاري بكافته ويجرى العمل كما سبق واما ان تجرى عليه أعمالا مشابهة للأعمال التي أجريت كما بينه

مثال ذلك اذا أريد تحويل العدد الكسرى $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ساعة الى عدد منتسب نقول حيث ان الساعة تعادل ٦٠ دقيقة فكسر الساعة وهو $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ يعادل ضرورة

$$\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠} \times ٦٠ = \frac{١٦٠٧}{٦٠} = \frac{٤٧}{٢٦} \text{ دقيقة}$$

وبذلك يكون $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ٣ ساعات $\frac{٤٧}{٢٦}$

وكذلك من حيث ان الدقيقة الواحدة تعادل ٦٠ ثانية فكسر الدقيقة وهو $\frac{٤٧}{٢٦}$ يعادل ضرورة $٦٠ \times \frac{٤٧}{٢٦} = ١٠٧$ ثانية

واذن يكون $\frac{١٦٠٧}{٣٦٠٠}$ ٣ ساعات ١٠٧ ثواني

(٣٥١) والقاعدة العمومية لتحويل عدد كسرى غير منتسب الى عدد منتسب أن يحول الكسر المصاحب للعدد الصحيح اعشاريا كان أو اعتياديا الى الآحاد التالية في الصغر للآحاد المعاومة ثم يستخرج من الناتج الوحدات الصحيحة ان وجدت الدالة على وحدات الآحاد الصغرى المراد التحويل اليها وهكذا يستمر العمل في التحويل من وحدة الى وحدة أدنى منها حتى توصل الى العدد المنتسب المطلوب

الفصل الثالث

(في عمليات الاعداد المنتسبة)

(في الجمع)

(٣٥٢) لجمع الاعداد غير المنتسبة نجري عليها العمل كمالو كانت مجردة وأما المنتسبة فنتكتبها بحيث تكون الآحاد المتعددة النوع بعضها تحت بعض ونرسم تحتها خطاً أفقياً ثم نجمع كل نوع منها على حدة بالأبدا من الآحاد الصغرى ونضع مجموعته تحتها تمامه إذا لم يتحصل منه واحداً أو جملة آحاد من النوع الذي أرقى منه مباشرة وإن تحصل شيء من ذلك ضم إلى النوع الثاني وهكذا حتى تتم العملية كما في هذين المثالين

ج	د	هـ	ط
٩	٢٥	١٥	٦ ٧ ٢٨
٦	٣٤	٥٧	٩ ٥ ٢٣
٤	٢٦	٣٢	١٠ ١١ ٤٥
٩	٦	١٠٦	١ ١ ٩٨

(في الطرح)

(٣٥٣) لطرح عدد من نسب من مثله نكتب المطروح تحت المطروح منه بحيث تكون الآحاد المتعددة النوع تحت بعضها ونرسم تحتها خطاً أفقياً ثم نطرح الآحاد السالبة في كل نوع مما فوقها ونضع باقي كل نوع تحتها وإذا تعذر الطرح نستعير آحاد النوع المطروح منه واحداً من النوع التالي في الكبر ونحوها إلى آحاد النوع المستعار له وبذلك ينقص المستعار منه واحداً وتوضيح ذلك نذكر المثالين الآتيين

المثال الأول	المثال الثاني
ج	د
٧	١٦٧
٨٦	٢٣
٢٧	٣٥
٦	٢٥٩
٩٥	١٩
٩١	١٥
١	٢٠٨

(في الضرب)

(٣٥٤) لضرب عدد من نسب في عدد صحيح نضرب عدد المضروب فيه في كل جزء من أجزائه

المضروب بالابتداء من أصغر الآحاد ونستخرج من كل حاصل جزئ ما يوجد فيه من الآحاد التالية لنضمها الى مثلها مثال ذلك

إذا أريد ضرب العدد المنتسب ٣١ من ٢٠ في ٢٥ نضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r} ٣١ \text{ من } ٢٠ \\ ١٢ \\ \hline ٢٥ \\ \hline ٣٢١ \quad ٨ \quad ٥٥ \end{array}$$

ثم نضرب ٢٥ في ٣١ دقيقة فحاصل الضرب وهو ٧٧٥ دقيقة يشتمل على ١٢ ساعة و ٥٥ دقيقة فنضع ٥٥ في حاصل الضرب تحت عمود الدقائق ونحفظ ١٢ ساعة ثم نضرب ٢٥ في ٢٠ ساعة ونضم الى حاصل الضرب ١٢ المحفوظة فيحصل ٥١٢ ساعة وهو يشتمل على ٢١ يوما و ٨ ساعات فنضع ٨ في حاصل الضرب تحت عمود الساعات ونحفظ ٢١ يوما لنضمها على حاصل ضرب ١٢ في ٢٥ فيحصل ٣٢١ وبذلك يكون حاصل الضرب السككي هو ٣٢١ من ٢٠

(٣٥٥) أما إذا أريد ضرب عدد منتسب في مثله فانا نحول كلام من المضروب والمضروب فيه الى عدد كسرى من نوع الآحاد العليا ثم نجري عملية الضرب على الناتجين ونحول الحاصل بعد ذلك الى عدد منتسب من نوع الوحدات المطلوبة التي تكون دائما من جنس المضروب مثال ذلك - إذا قيل ان ثمن المثقال يعادل $\frac{١٠}{٢٧}$ فما يعادله ثمن ٨ مثقال نقول نحول المضروب الى عدد كسرى من نوع الآحاد العليا فيحدث $\frac{١٠٩٠٤}{٩٦}$ قرشا ونحول المضروب فيه كذلك فيحدث $\frac{٧٧}{٩٦}$ مثقالا

وباجراء الضرب يحدث $\frac{٨٤٧٣٤٠٨}{٣٨٤٠٠} = \frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠} = \frac{٧٧ \times ١٠٩٠٤}{٩٦ \times ٤٠٠}$ قرشا ثم نحول الكسرى $\frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠}$ قرشا الى باراث يحدث $\frac{٢٤٤٠٨}{٣٨٤٠٠}$ قرشا $= \frac{٢٤٤٠٨}{٩٦٠}$ باره $= \frac{٤٠٨}{٩٦٠}$ باره الى جدد يحدث $\frac{٤٠٨}{٩٦٠}$ جدد $= \frac{٢٤}{٩٦} = \frac{١}{٤}$ جدد واذن يكون حاصل الضرب هو $\frac{١}{٤}$ $\frac{٢٥}{٢٢٠}$

(في القسمة)

(٣٥٦) لقسمة عدد منتسب على عدد صحيح نقسم على التوالى كل نوع من وحدات المقسوم على المقسوم عليه بالابتداء من نوع الآحاد العليا ثم نحول كل باقى يحدث الى نوع الوحدات التي تليه في الصغر وهكذا حتى تتم العملية

فإذا أريد قسمة ٤٧,٢ على ٢٣ نضع العملية هكذا

٢٣	٩٧ ٢١ ٤٧,٢
٤١٣ ٥٩,٤٤	٩٢
	٥
	٦٠
	٣٠٠
	٢١
	٣٢١
	٢٣
	٩١
	٦٩
	٢٢
	٦٠
	١٣٢٠
	٤٧,٢
	١٣٦٧,٢
	١١٥
	٢١٧
	٢٠٧
	١٠٦٢
	٩٢
	١٠٠
	٩٢
	٠٠٨

ثم نبسئ بقسمة ٩٧ على ٢٣ فنخرج القسمة هو ٤٧,٢ ٩٧ ٢١
والباقي هو ٥ نحوله الى دقاتي بواسطة ضربيه
في ٦٠ فيجث ٣٠٠ ثم نضيف الى هذا الناتج ٢١
الموجودة في المقسوم فيحصل ٣٢١ ثم نقسم هذا
الناتج على المقسوم عليه فيحصل في خارج القسمة
١٣ والباقي ٢٢ يحول الى نواني وهكذا

(٣٥٧) تنبيه ١ - يمكن اجراء هذه العملية بطريقة
أخرى وهي ان يحول المقسوم الى عدد كسري من جنس
آحاده العليا ثم يقسم على المقسوم عليه ويحول الكسر
الناتج الى عدد منتسب غير أن هذه الطريقة أطول من
الاولى

(٣٥٨) تنبيه ٢ - تستعمل عملية القسمة
المذكورة بتمرة ٣٥٦ غالباً في تحويل عدد كسري غير
الى عدد منتسب

(٣٥٩) لقسمة عدد منتسب على آخر نحول كلا من
المقسوم والمقسوم عليه الى عدد كسري من نوع آحاده
العليا ثم يقسم كسر المقسوم على كسر المقسوم عليه
ويحول خارج القسمة الى عدد منتسب كما سبق

مثاله اذا كان ثمن ١ ٢ ٨ هو $\frac{1}{4} \times \frac{20}{220}$ فما يكون ثمن الثقال الواحد نقول
بتحويل المقسوم الى عدد كسري يحدث $\frac{20 \times 17}{1700}$ قرشاً وتحويل المقسوم عليه الى عدد
كسري يحدث $\frac{77}{96}$ مثقالاً وباجراء القسمة يحدث

$$\frac{20 \times 17}{1700} \div \frac{77}{96} = \frac{96 \times 20 \times 17}{77 \times 1700}$$

الفصل الرابع

(تطبيقات)

(١) اذا قطعت آلة بخارية متحركة بانتظام مسافة ١٢٨٤ مترا في دقيقة ونصف فما مقدار المسافة التي تقطعها الآلة المذكورة بالسرعة عينها مدة ساعة و ٣٥ دقيقة و ١٥ ثانية مقدرة بالكيلومترات

لحل هذه المسئلة نقول حيث ان الآلة تقطع ١٢٨٤ مترا أو ١,٢٨٤ كيلومتر في دقيقة ونصف أو في $\frac{3}{4}$ دقيقة فتقطع اذن في الدقيقة الواحدة $\frac{4}{3} \times 1,284 = \frac{2056}{3}$ كيلومتر وبناء عليه فتقطع في الساعة الواحدة $60 \times 0,806 = 51,36$ كيلومتر اذا تقرر هذا نقول ان منطق المسئلة قد تحول الى المنطوق الآتي وهو

اذا قطعت آلة بخارية متحركة بانتظام مسافة ٥١,٣٦ كيلومتر في الساعة الواحدة فما عدد الكيلومترات التي تقطعها الآلة المذكورة مدة $\frac{15}{100}$ ساعة

والوصول الى الناتج المطلوب يحول المضروب فيه وهو $\frac{15}{100}$ الى عدد كسري فيحدث $\frac{3}{20}$ ساعة وباجراء الضرب يحدث $0,1584 \times \frac{3}{20} = 0,02376$ كيلومتر

(٢) حوض على هيئة متوازي المستطيلات طوله متران وعرضه متر ونصف عمقه ربعه بما قد سلطت عليه خنفيه مدة ١٣ دقيقة و ١٥ ثانية وكانت ما تنصبه في الدقيقة الواحدة ستة لترات وبذلك بلغ الماء الى ثلثه والمطلوب تعيين

أولا - الزمن اللازم لهذه الخنفيه لاجل أن تملأ الحوض بتمامه

ثانيا - مقدار سرعته

ثالثا - مقدار ارتفاعه

لحل هذه المسئلة نقول

أولا - حيث ان الزمن الذي تسلطت فيه الخنفيه للماء الفرق بين ثلث الحوض وربعه أي للم $\frac{1}{12}$ من الحوض هو $\frac{15}{100}$ فيجب اذن أن يكون الزمن الذي تستغرقه الخنفيه المذكورة للماء الحوض بتمامه هو حاصل ضرب ١٢ في $(\frac{15}{100})$ أي $\frac{3}{2}$ ساعة

ثانيا - حيث ان الخنفيه تصب ٦ لترات في الدقيقة الواحدة وان مقدار ما صبته في الزمن $\frac{15}{100}$ هو ٧٩,٥ لترا ضرورة وهو يعادل $\frac{1}{12}$ من الحوض فتكون سعة الحوض جميعه

مساوية إلى $12 \times 79,5 = 954$ لترا ولما كانت سعة الترمساوية ديسيمتر مكعب فتكون سعة الخوض مساوية إلى 954 ديسيمتر مكعبا أو 954 متر مكعبا
ثالثا - حيث أن مساحة الخوض الحجمية تعادل 954 متر مكعبا وأن مساحة قاعدته مساوية إلى $2 \times 1,5 = 3$ متر مربعاً فيكون طول ارتفاعه (على حسب قواعد الهندسة) مساوياً إلى $\frac{954}{3} = 318$ متراً

(٣) خرج قطر من محطة ب الساعة $3^h 3^m$ بعد الظهر فاصدا محطة ح بسرعة 30 كيلومتر في الساعة وبحلول الساعة $4^h 5^m$ كذلك خرج قطر آخر من المحطة المذكورة فاصدا محطة ح أيضاً بسرعة 50 كيلومتر في الساعة وبعد مضي مدة وصل القطر الثاني محطة ح قبل أن يصلها القطر الأول بمدة $5^h 4^m$ والمطلوب معرفة المسافة الكائنة بين محطة ب ومحطة ح

نحل هذه المسألة نقول حيث أن القطر الأول خرج من محطة ب الساعة $3^h 3^m$ بعد الظهر وأن القطر الثاني خرج بعده منها الساعة $4^h 5^m$ بعد الظهر أيضاً فيكون الثاني متأخراً عن الأول بمدة مساوية للفرق بين $4^h 5^m$ و $3^h 3^m$ أي مساوياً إلى $1^h 2^m$ وحيث أيضاً أن الثاني وصل محطة ح قبل أن يصلها الأول بمدة $5^h 4^m$ فتكون مدة مسير القطر الثاني تنقص عن مدة مسير القطر الأول بمحصل جمع الزمنين $1^h 2^m$ و $5^h 4^m$ أي بمدة $6^h 6^m$ ومن المعلوم أن هذا الفرق لم يكن مبنياً إلا على اختلاف سرعتي القطرين

إذا تقرر هذا نقول حيث أن القطر الأول يقطع 30 كيلومتر في الساعة فيقطع الكيلومتر الواحد في زمن قدره $\frac{1}{3}$ وكذا حيث أن القطر الثاني يقطع 50 كيلومتر في الساعة فيقطع الكيلومتر الواحد في زمن قدره $\frac{1}{5}$ وحينئذ فالفرق الزمني في قطع القطرين كيلومتر واحد هو $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ ولما كان عدد الكيلومترات التي قطعها القطران واحدة وأن مجموع فروق الأزمان المتحصلة من قطع تلك الكيلومترات هو $6^h 6^m$ (لأننا لو فرضنا خروج القطرين من محطة ب في لحظة واحدة لوصل القطر الثاني محطة ح قبل أن يصلها الأول بمدة $6^h 6^m$ كما لا يخفى) فيكون $6^h 6^m$ هو عبارة عن حاصل ضرب عدد الكيلومترات المبحوث عنها في $\frac{2}{15}$ فإذن فالحصل على عدد الكيلومترات الكائنة بين المحطتين بقسم $6^h 6^m$ على $\frac{2}{15}$ فإذن يكون خارج القسمة وهو 750 دال على عدد الكيلومترات الكائنة بين المحطتين أي دال على المسافة المطلوبة

تنبيه - حيث أن القطر الأول يقطع في الساعة الواحدة ٣٠ كيلومتر فيكون الزمن الذي استغرقه في السير هو $\frac{70}{30} = 2\frac{1}{3}$ ساعة وحيث أن مدة سير القطر الثاني تنقص ١٠ ساعات عن مدة سير القطر الأول فتكون مدة سير القطر الثاني هي $10 = 10 - 2\frac{1}{3}$ واصل ضرب $10 \times 50 = 700$ وهو ناتج محقق لما ظهر

(٤) إذا كان البعدين نقطتين موجودتين على خط جاني أرضي واحد مساو ٨٤٤٠٠٠ مترا والمطلوب معرفة عدد الدرج والدقائق والثواني المشتمل عليها القوس المحصور بين النقطتين المذكورتين (من المعلوم أن الخط الجاني لأي نقطة هو محيط الدائرة العظيمة المار بم هذه النقطة وبقطبي الكرة)

الحل هذه المسئلة تقول حيث أن محيط الدائرة العظيمة يعادل ٤٠٠٠٠٠٠ مترا وهو ينقسم إلى ٣٦٠ فيكون طول الدرجة مساويا إلى $\frac{4000000}{360} = 11111,1111$ مترا فإذا قسمنا حينئذ ٨٤٤٠٠٠ على ١١١١١,١١١١ مترا وحولنا باقي المئيلة الأولى إلى دقائق والباقي الذي بعده إلى ثواني توصلنا إلى ٤٥,٦ ٧٣٥ تقريبا وهو البعدين النقطتين مقدرا بالدرج والدقائق والثواني

الفصل الخامس

(تسرينك)

(١) خرج ساع من محطة بسرعة ١١ كيلومتر في الساعة وبعد مدة خرجت عربة خلفه تقطع ٢٩٧ مترا في الدقيقة وقد لحقته بعد مضي ٢٧ من خروجها والمطلوب معرفة الزمن الكائن بين خروج العربة والساعي

(٢) إذا كانت خنقية أ عملا حوضا مدة ٤٨ س وسلطت عليه وحدها مدة ٣٦ س ثم فتحت خنقية ثانية ب وسلطت على الحوض المذكور وبعد مضي ٤٨ دقيقة قدم إلى الحوض من الخنقيتين المذكورتين معا

والمطلوب معرفة الزمن اللازم لملء الحوض المذكور مع الفروض الآتية
أولا - إذا فرض أن خنقية ب هي المفتوحة وحدها مدة التجربة
ثانيا - إذا فرض أن الخنقيتين مفتوحتان معا

ثالثا - اذا قفلت خنقية ا عند فتح خنقية ب مدة التجربة الاولى

رابعا - اذا فرض أنه عند فتح خنقية ب في التجربة الاولى قد فتحت خنقية ثالثة ج
لصرف مياه الخوض بحيث ان الكمية التي تصرفها من الماء تساوي كمية الماء التي تنصب من
خنقية ا

(٣) مكينتان من ماكينات الخياطة مستمرتان في الشغل مع الانتظام تتم احدهما ٧ ملفات
من الخيط متحدة الطول مدة ساعتين ونصف وتتم الثانية خمسة ملفات من الخيط المذكور
مدة ٤٧ $\frac{1}{2}$ والمطلوب معرفة

أولا - أيهما أسرع

ثانيا - الزمن اللازم لها حتى تتم ملفا واحدا زيادة عن الأخرى



الباب الثالث

(في القوى والجذور)

(٣٦٠) قوة أى عدد هو العدد الناتج من ضرب هذا العدد في نفسه مرة أو عدة مرات
فقوى عدد ٣ مثلاً هي

$3 \times 3 = 9$ و $3 \times 3 \times 3 = 27$ و $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ وهكذا
وتعتمد هذه القوى عن بعضها بعدد المضارب المتألفة منها فان تألفت من مضروبين سميت القوة
الثانية أو المربع وان تألفت من ثلاثة سميت القوة الثالثة أو المكعب وان تألفت من أربعة
سميت القوة الرابعة وهكذا

(٣٦١) وجذر أى عدد بدرجة ما هو العدد الذى اذا رفع الى قوة مساوية لدرجة الجذر تحصل
العدد المذكور فالجذر الثانى لعدد ١٦ هو أربعة لان $4^2 = 16$ والجذر الثالث لعدد ٢٧
هو ٣ لان $3^3 = 27$ وهكذا

(٣٦٢) للدلالة على لزوم استخراج جذر أى عدد نضع فوقه هذه العلامة $\sqrt{\quad}$ ويوضع
بين شعبتيها عدد يدل على درجة الجذر وحينئذ فيدل الوضع $\sqrt[4]{25}$ على لزوم استخراج الجذر
الثانى لعدد ٢٥ ويدل الوضع $\sqrt[3]{81}$ على لزوم استخراج الجذر الثالث لعدد ٨١ وهكذا وقد
اعتيد على عدم وضع عدد بين شعبتي الجذر عند ما يراد استخراج الجذر الثانى لى عدد فيعتبر
كل واحد من الوضعين $\sqrt[4]{25}$ و $\sqrt[4]{25}$ على لزوم استخراج الجذر الثانى لعدد ٢٥

الجذر الثانى لى عدد يسمى أيضاً بالجذر التربيعى له والجذر الثالث لى عدد يسمى بالجذر
التكعيبي له ولم نتكلم هنا الا على المربع والجذر التربيعى والمكعب والجذر التكعيبي

الفصل الاول

(في المربع والجذر التربيعى)

المبحث الاول

(في المربع والجذر التربيعى لعدد صحيح)

(٣٦٣) حيث ان مربع أى عدد هو حاصل ضربه في نفسه تكون مربعات التسعة أعداد
الاولى هي

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ أعداد

۸۱ ۶۴ ۴۹ ۳۶ ۲۵ ۱۶ ۹ ۱ ۱ مربعات

وبالتأمل في هذا الجدول نستنتج منه الأمرين الآتين

الاول - ان جميع الاعداد ليست كلها برعات لان بين العددين ٩ و ١٦ مثلا اللذين هما مربعي العددين المتواليين ٣ و ٤ يوجد ستة اعداد ليست برعات وكذا بين العددين ١٦ و ٢٥ اللذين هما مربعي العددين المتواليين ٤ و ٥ يوجد ثمانية اعداد ليست برعات وهكذا

ومتي لم يكن العدد مر بعا فلا يكون له ضرورة جنس حقيقي بل يكون جذره تقريبا وهو جذر
أعظم مربع منصرف فيه فعدد ٢١ مثلا الذي لم يكن من المربعات ليس له جنس حقيقي انما
حيث انه محصور بين المربعين ١٦ و ٢٥ فيكون عدده ١٦ هو أعظم مربع منصرف فيه
ويكون جذره ٤ هو الجذر التقريبي لعدد ٢١

أماعدده الدال على الفرق بين العدد المعلوم ٢١ وبين ١٦ وهو أعظم مربع منصرفيه فإنه يسمى بالماقي

الثاني - حيث ان مربعات الاعداد التسعة الاولى تبدأ من جهة اليمين بالارقام ١ و ٤ و ٩ و ١٦ و ٢٥ و ٣٦ و ٤٩ و ٦٤ و ٨١ و حيث من جهة أخرى ان مربع أى عدد يبدأ دائماً من جهة اليمين بالرقم الاول من مربع رقم آحاده ينتج اذن أن مربع أى عدد لا بد وأن يكون رقم آحاده المعنوى واحداً من هذه الارقام مثال ذلك العدد ٦٤ فان الرقم الاول من مربعه هو ٦ وهو الرقم الاول من مربع رقم آحاده ٤

(٣٦٤) القاعدة الاولى - كل عدد مبدوء من جهة اليمين بصفر أو بعدة أصفار فإن مربعه يكون منتظماً أيضاً من جهة اليمين بأصفار يكون عددها ضعف عدد الأصفار الموجودة على يمين العدد الأصلي وذلك لأنه

$1 \cdot \dots = 1 \cdot \times 1 \cdot \dots = 1 \cdot$ أولا

$$1 \cdot \times 20 \times 1 \cdot \times 20 = 20 \cdot \times 20 \cdot = 70. \quad \text{L16}$$
$$750 \cdot \cdot = 1 \cdot \cdot \times 750 = 1 \cdot \cdot \times 1 \cdot \cdot \times 50 \times 50 =$$

وينتج من ذلك أن مربع أى عشرات لا يكون الامتات

(٦) خروانی

(٣٦٥) القاعدة الثانية - مربع مجموع عددين يتركب دائماً من ثلاثة أجزاء وهي

أولاً - مربع الأول

ثانياً - ضعف حاصل ضرب الأول في الثاني

ثالثاً - مربع الثاني

$$\text{أعني أن } ٥ + ٨ = ١٣ \quad ١٣^2 = ١٦٩ = ٥^2 + (٥ \times ٨) \times ٢ + ٨^2$$

والبرهنة على ذلك نقول

لرفع المجموع $٥ + ٨$ الى القوة الثانية يجب على مقتضى التعريف ضربه في نفسه أى

ضرب المضروب $٥ + ٨$ في ٥ ثم في ٨ وضم الحاصلين الى بعضهما أما ضرب المضروب

$٥ + ٨$ في ٥ فإنه يتحصل منه $٥^2 + ٨ \times ٥$ وأما ضرب المضروب في ٨ فإنه يتحصل منه

أيضاً $٥ \times ٨ + ٨^2$ وبضم الحاصلين الى بعضهما يحدث $٥^2 + ٥ \times ٨ + ٥ \times ٨ + ٨^2$

أو $٥^2 + (٥ \times ٨) \times ٢ + ٨^2$ ويوضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r} ٥ + ٨ \\ ٥ + ٨ \\ \hline ٥ \times ٨ + ٨^2 \end{array}$$

ناتج من ضرب المضروب في ٨

ناتج من ضرب المضروب في ٥

الحاصل الكلي

$$\begin{array}{r} ٥^2 + ٨ \times ٥ + \\ \hline ٥^2 + (٥ \times ٨) \times ٢ + ٨^2 \end{array}$$

وهذا الناتج موافق لمنطوق القاعدة

ومما ذكره نتج

أولاً - مربع أى عدداً كبير من ١٠ يتركب من ثلاثة أجزاء أو حواحل جزئية وهي مربع

العشرات وضعف العشرات في الآحاد ومربع الآحاد

وذلك لأن كل عدداً كبير من ١٠ يمكن اعتباره كأنه مؤلف من مجموع عددين أحدهما آحاده

وثانيهما عشرات لتمثل عدد ٦٥ فإنه يساوى ٦ عشرات + ٥ آحاد وبناء عليه يكون

$$٦٥ = (٥ + ٦٠)^2 = ٦٠^2 + (٥ \times ٦٠) \times ٢ + ٥^2$$

ثانياً - الفرق بين مربعى أى عددين متوالين يساوى ضعف أصغرهما زائداً واحداً أعني

يساوى مجموع نصف العددين

مثاله الفرق بين المربعين المتوالين

$$١٦ - ١٥ = (١٥ + ١) = ١٦ \text{ هو } ١٥ \times ٢ + ١ \text{ أو } ١٥ + ١٦$$

وذلك لان

$$16^2 \text{ أو } (1+10)^2 = 1^2 + 2 \times (1 \times 10) + 10^2 = 1 + 10 \times 2 + 100 = (1)$$

$$(2) \quad 10^2 = 10^2 \quad \text{وثانياً}$$

وبطرح المتساوية الثانية من الاولى يحدث

$$(1+10)^2 - 10^2 = 1 + 10 \times 2 = 16 + 10 = 26 \quad \text{وهو المراد}$$

المبحث الثاني

(في استخراج الجذر التربيعي لعدد صحيح)

(٣٦٦) الحالة الاولى - أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التربيعي أقل من ١٠٠ مثل ٥٢ نقول حيث ان هذا العدد أقل من ١٠٠ فيكون جذره التربيعي أقل من ١٠ وحيث انه غير موجود في جدول مربعات الاعداد البسيطة فيكون جذره تقريباً وهو جذراً عظماً مربعاً منحصراً فيه وحيث انه محصور بين المربعين ٦٤ و ٤٩ فيكون جذره التربيعي هو ٧ مقرباً بأقل من واحد صحيح ويكون الباقي هو ٣ لان $52 - 49 = 3$

(٣٦٧) الحالة الثانية - أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التربيعي أكبر من ١٠٠ مثل ٥٨٨٤ نقول حيث ان هذا العدد أكبر من ١٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعني مربعاً من آحاد وعشرات

ومن المعلوم أنه لو كان هذا الجذر معلوماً ورفع الى القوة الثانية وضم الى الناتج باقى العملية ان وجد لها لتحصل عدد ٥٨٨٤ وبناء عليه فيعتبر هذا العدد كأنه مربع من الأجزاء الأربعة الآتية وهي

أولاً - مربع العشرات

ثانياً - ضعف حاصل ضرب العشرات في الآحاد

ثالثاً - مربع الآحاد

رابعاً - باقى العملية ان وجد

ولما كانت هذه الأجزاء الأربعة بمنزلة مع بعضها ومكونة العدد المقروض ولا يتأتى حصر أيها في أى جزء منه الا مربع العشرات ناسب الابتداء بالبحث عن رقم عشرات الجذر فنقول

حيث ان مربع العشرات لا يكون الامثالث (٣٦٤ نتيجة) فلا يتأتى حصره الا في ٥٨ مئآت العدد المفروض التي يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض مئآت أخرى ناتجة من الاجزاء الثلاثة الباقية . وحينئذ اذا فصلنا أحاد العدد المفروض وعشراته عن مئاته واستخرجنا جذراً أعظم مربع منحصر فيها فلا يكون أقل من رقم عشرات الجذر الحقيقي

وكذا لا يمكن أن يكون أكبر منه لانه لو أتى ذلك لكان جذر ٥٨ مئآت أو ٥٨٠٠ أكبر من جذر ٥٨٨٤ وهو محال

وبناء على ما ذكر يكون جذراً أعظم مربع منحصر في ٥٨ مئآت العدد المفروض هو رقم عشرات الجذر الحقيقي وتوضع العملية هكذا

٧٦	٥٨٨٤	
١٤٦	٤٩	
٦	٩٨٤	
٨٧٦	٨٧٦	
	١٠٨	الباقى

ثم نقول ان أعظم مربع منحصر في ٥٨ هو ٤٩ وجذره التربيعى ٧ فيكون هو رقم عشرات الجذر والحصول على رقم أحاد الجذر نقول

من المعام اننا لو طرحنا من العدد المفروض ٤٩ مئآت أو ٤٩٠٠ وهو مربع العشرات فان الباقي وهو ٩٨٤ يجب أن يكون مشتقاً على الاجزاء الثلاثة الباقية وهي
أولاً - ضعف العشرات في الآحاد

ثانياً - مربع الآحاد

ثالثاً - الباقي ان وجد

أما الجزء الاول وهو حاصل ضرب ضعف العشرات في الآحاد لا يتحصل منه الاعشرات وهي لا يمكن حصرها الا في عشرات الباقي ٩٨٤ وهي ٩٨ عشرات التي يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض عشرات أخرى ناتجة من مربع الآحاد ومن الباقي ان وجد

وحينئذ اذا فصلنا أحاد هذا الباقي عن عشراته وقسمناها على ضعف عشرات الجذر فلا يكون خارج القسمة أقل من رقم أحاد الجذر المطلوب

انما الذى يمكن أن يتأتى وقوعه عند اجراء عملية القسمة هو الحصول على رقم أكبر من رقم الاتحاد ولذا يجب تعجيله

وحيث ان خارج قسمة ٩٨ عشرات على ١٤ وهو ضعف عشرات الجذر هو ٧ لزم تجربته
باحدى الطريقتين الآتيتين

الاولى - أن يربع ناتج الجذر ٧٧ ثم يقارن هذا المربع بالعدد المفروض فان تسرطرحه
منه فلا يكون الرقم الجارى تجربته كبيرا ولا ينقص واحد بعد واحد حتى يتأتى الطرح
وحيث ان مربع عدد ٧٧ هو ٥٩٢٩ وهو أكبر من ٥٨٨٤ فيكون رقم ٧ كبيرا واذن
يجب تجربة رقم ٦

الثانية - وهى المعتاد اجزاؤها بان يكون الجزآن الباقيان من مربع ناتج الجذر باعتبار أن
عدد ٧ هو رقم آحاد الجذر ثم يقارن مجموعهما بالباقي ٩٨٤ فان تسرطرحه منه فلا يكون
الرقم الجارى تجربته كبيرا ولا ينقص واحد بعد واحد حتى يتأتى الطرح وحيث ان
الحاصل الثلاثة المؤلف منها مربع عدد ٧٧ هى $٧٠ + (٧ \times ٧٠) \times ٢ + ٧$
وقد سبق طرح ٧٠ أو ٤٩٠٠ من العدد المعلوم فيكون الحاصلان الباقيان من المربع هما

$$٧(٧ + ٧٠ \times ٢) = ٧ + ٧ \times ٧٠ \times ٢ = ٧ + (٧ \times ٧٠) \times ٢$$

$$١٠٢٩ = ٧ \times ١٤٧ = ٧(٧ + ١٤٠) =$$

وهو عددا كبيرا من ٩٨٤ فيكون رقم ٧ كبيرا واذن فيجب تجربة رقم ٦

ليكنه بالتأمل الى الطريقة الثانية التى اتبعت في تجربة رقم ٧ يشاهد أنه وضع رقم ٧ وهو
رقم آحاد الجذر الجارى تجربته على عشرين ١٤ وهو ضعف ناتج الجذر ثم ضرب الناتج من ذلك
وهو ١٤٧ في رقم الآحاد المذكور

وبتجربة رقم ٦ بالطريقة المذكورة نرى أن $٦ \times ١٤٦ = ٨٧٦$ أصغر من العدد ٩٨٤
فيكون رقم ٦ اذن هو رقم آحاد الجذر ويكون عدد ٧٦ هو جذرا أعظم مربع منحصر في العدد
المفروض ٥٨٨٤ والباقي هو ١٠٨

مثال آخر - ليكن المطلوب استخراج الجذر التربيعي للعدد ٣٧٨٩٦٣ نضع العملية هكذا

٦١٥	٣٧٨٩٦٣
١٢١	٣٦
١	١٨٩
١٢١	١٢١
١٢٥٥	٦٨٦٣
٥	٦١٢٥
٦١٢٥	٧٢٨

ثم نقول حيث ان العدد المفروض أكبر من ١٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعني مؤلفا من
آحاد وعشرات ولما كان مربع عشراته لا ينحصر الا في ٣٧٨٩ عشرات العدد المفروض
كان جذرا أعظم مربع لها هو عشرات الجذر المطلوب

وللوصول الى جذر أعظم مربع منصرف في ٣٧٨٩ عشرات العدد المفروض نقول اننا اذا
أجرينا هنا أعمالا مشابهة لتي اجريت في المثال السابق نجد أن ٦١ هو جذر أعظم مربع
منصرف في ٣٧٨٩ أو في ١٦ مئات العدد المفروض

وحيث ان ٦١ هو عشرات الجذر الكلي لزمنا البحث عن رقم آحاد الجذر المطلوب فنقول اذا
طرحنا من العدد الكلي مربع ٦١ عشرات أو ٦١٠ كان الباقي وهو ٦٨٦٣ مشتقلا على
حاصلين جزئين وهما ضعف العشرات في الآحاد ومربع الآحاد وعلى الباقي ان وجد وبإعادة
البراهين التي تقدمت في المثال السابق عند تعيين رقم آحاد الجذر نجد أن عدد ٥ هو رقم آحاد
الجذر ويكون عدد ٦١٥ هو ناتج الجذر وعدد ٧٣٨ هو الباقي وعمد كرتنج هذه القاعدة

(٣٦٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التربيعي لعدد صحيح يبدأ بقسمة هذا العدد
الى فصول زوجية من جهة اليمين وقد لا يحتوى الفصل الاخير من جهة الشمال الاعلى رقم واحد
ثم يستخرج الجذر التربيعي لأعظم مربع منصرف في الفصل الاخير فيكون هو رقم أعلى رتبة من
الجذر المطلوب ثم يطرح مربع هذا الرقم من الفصل الاخير وينزل على عین باقي الطرح الفصل
الثاني من جهة الشمال ويفصل آحاد العدد الناتج من ذلك عن عشراته بنواصل وتقسم تلك
العشرات على ضعف الرقم الذي يحصل في الجذر خارج القسمة المتحصل يكون اما ثاني رقم
للجذر المطلوب واما أكبر منه فلذا يجب تجزئته بواسطة وضعه على عین ضعف ناتج الجذر الذي
كان معه وما عليه وضرب العدد المكون من ذلك في عین هذا الرقم فان أمكن طرح حاصل
الضرب من العدد المكون من الباقي الاول ومن الفصل الثاني من جهة الشمال الذي صار
تجزئه بجانبه كان الرقم الجارى تجزئته حقيقيا والافتعاد التجربة على الرقم الذي ينقص عنه
واحدا ومتى تحصلنا على الرقم الثاني للجذر فانا ننزل على عین الباقي الثاني الفصل الثالث من
جهة الشمال وهكذا يستمر العمل حتى تنزل جميع فصول العدد المفروض

تتمية هات

الاول - عدد أرقام ناتج الجذر يكون مساويا ضرورة لعدد الفصول المشتق من علم العدد
المفروض

الثاني - انه في حالة عدم امكان اجراء احدى عمليات القسمة المذكورة في القاعدة السابقة فان خارج القسمة فيها يكون ضرورة صفرا وهذا يدل على أن ناتج الجذر لم يكن مستملا على وحدات من الرتبة المناظرة له واذن فيوضع صفر في ناتج الجذر وينزل الفصل الذي عليه الدور بجانب الباقي الأخير ويدوم في اجراء العمل كالعادة

الثالث - ان كثرة التحسينات التي تحصل عند اجراء عملية الجذر في تجربة رقم خارج القسمة خشية الحصول على رقم أكبر من الرقم الحقيقي ربما توقع في رقم يكون أصغر من الرقم الحقيقي غير أنه يتحقق من ذلك متى وجد أن باقي العملية يزيد عن ضعف ناتج الجذر مثال ذلك - اذا فرض أنه تحصل عدد ٣٢ في ناتج عملية جذر وكان الباقي الذي تحصل فيها مساويا بالاقول الى $٣٢ \times ٢ + ١$ فان ذلك يدل على أن ناتج الجذر هو أقل بواحد عن الحقيقي بمعنى أنه يجب أن يكون ٣٣ لا ٣٢ وذلك لان (٣٦٥ نتيجة ٢) $٣٣ = ٣٢ + ١$

الرابع - يمكن اختصار عملية الجذر بواسطة اجراء عمليتي الضرب والطرح معا في آن واحد كما فعل مثل ذلك في عملية القسمة وحيث ننقوض العملية السابقة على هذه الصورة

٦١٥	٣٧٨٩٦٣٧
١ × ١٢١	١٨٩
٥ × ١٢٢٥	٦٨٦٣
	٧٣٨

(٣٦٩) لعل ميزان عملية الجذر يربح ناتج الجذر ويضم الى الناتج باقي العملية ان وجد فلا بد وأن يكون المجموع مساويا للعدد المقروض

المبحث الثالث

(في المربع والجذر التربيعي لكسرا اعتيادي)

(٣٧٠) القاعدة الاولى - لتربيع كسرا اعتيادي يرفع كل من حديه الى القوة الثانية

$$\text{فعلى هذا يكون } \left(\frac{٤}{٥}\right)^2 = \frac{١٦}{٢٥}$$

وذلك لان $\left(\frac{٤}{٥}\right)^2$ يساوي على مقتضى التعريف العام للتربيع $\frac{٤}{٥} \times \frac{٤}{٥} = \frac{١٦}{٢٥}$ ويؤخذ مما ذكرناه اذا أريد رفع أي كسر الى أي قوة كانت ويجب رفع كل حده من حديه الى تلك القوة فاذا أريد رفع الكسر $\frac{٥}{٩}$ الى القوة السابعة مثلا تحصل $\left(\frac{٥}{٩}\right)^7 = \frac{٧٨١٢٥}{٤٧٨٢٩٣}$

تنبيه - أما إذا كان الكسر المراد رفعه إلى أي قوة كانت مضروباً بعدد صحيح فإنه يجب قبل
الرفع تحويل العدد الصحيح والكسر إلى عدد كسري ثم إجراء عملية الرفع بعد ذلك
فإذا أريد رفع العدد الكسري $\frac{3}{4}$ إلى التربيع حدث

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

(٣٧١) القاعدة الثانية - كل كسر غير قابل للاختصار يكون مربعه كذلك

فالكسر $\frac{3}{4}$ الغير القابل للاختصار يكون مربعه $\frac{9}{16}$ كذلك وذلك لأنه حيث كان العددان
٤ و ٥ أوليين معاً فقاما متكون كذلك

(٣٧٢) القاعدة الثالثة - لا يمكن أن يكون العدد الصحيح مربعاً بعدد كسري

وذلك لأن العدد الكسري مهما كانت صورته فإنه يمكن وضعه دائماً على صورة كسرية غير
قابلة للاختصار وقد علم من القاعدة السابقة أن مربع أي كسر غير قابل للاختصار لا يكون
الكسراً مثله أي غير قابل للاختصار وبذلك لا يكون عدداً صحيحاً

(٣٧٣) القاعدة الرابعة - إذا كان حداً كسراً غير قابل للاختصار غير مربعين فإن هذا
الكسر لا يمكن أن يكون مربعاً بعدد صحيح ولا بعدد كسري

ولبرهنة على ذلك نقول

أولاً - حيث أن مربع العدد الصحيح هو عدد صحيح فلا يمكن أن يكون الكسر المفروض
مربعاً بعدد صحيح

ثانياً - حيث أن كل عدد كسري غير قابل للاختصار يمكن وضعه على صورة كسرية غير قابلة
للاختصار وأن مربع مثل هذا الكسر الأخير يجب أولاً أن يكون غير قابل للاختصار وثانياً
أن يكون حداً مربعين فهو إذن مغاير للكسر المفروض وبذلك لا يكون مربعاً بعدد كسري

(٣٧٤) القاعدة الخامسة - الجذر التربيعي لعدد كسري مقرباً بأقل من واحد صحيح هو
عين الجذر التربيعي للجزء الصحيح من هذا العدد الكسري

فالجذر التربيعي للعدد الكسري ٦,٧٢٥ مقرباً بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعي
للعدد الصحيح ٦ وهو ٢,٥ وذلك لأن

$$٦ = ٢,٥ \text{ وهو } ٦,٧٢٥ >$$

$$٦ = ٢,٥ \text{ وهو } ٦,٧٢٥ <$$

واذن فالجذر التربيعي للعدد ٤٦٧٢٥ محصور بين العددين ٦ و ٧ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني يدل عليه بالزيادة وكذلك الجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{٢٤٧}{١١}$ أو $\frac{٦}{١١}$ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعي للعدد الصحيح ٣١ وهو ٥ وذلك لأن

$$٥ = ٢٥ \text{ وهو } > \frac{٦}{١١} \text{ ٣١}$$

$$٦ = ٣٦ \text{ وهو } < \frac{٦}{١١} \text{ ٣١}$$

واذن فالجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{٦}{١١}$ محصور بين العددين ٥ و ٦ وكلاهما ما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني بالزيادة

المبحث الرابع

(في استخراج الجذر التربيعي للكسر الاعتيادي)

(٣٧٥) لاستخراج الجذر التربيعي لكسر اعتيادي يبدأ أولا بجعل مقامه مربعاً كاملاً ان لم يكن كذلك ثم يؤخذ الجذر التربيعي لكل واحد من حدى الكسر الناتج ودليل ذلك واضح لانه عندما يارتفع أى كسر فإنه يرفع كل واحد من حديه الى التربيع المثال الاول - أن يكون كل واحد من حدى الكسر المقروض مربعاً تاماً مثل الكسر $\frac{٢٥}{١٦}$ فإنه يحدث

$$\frac{٢٥}{١٦} = \frac{٢٥}{١٦} = ٢ \left(\frac{٥}{٤} \right) \text{ وذلك لأن } \frac{٥}{٤} = \frac{٢٥}{١٦} = \frac{٢٥}{١٦} \sqrt{\quad}$$

المثال الثانى - أن يكون مقام الكسر وحده مربعاً كاملاً فقط مثل الكسر $\frac{٢٨}{٤٩}$ فلا استخراج الجذر التربيعي لهذا الكسر فنقول حيث ان الجذر التربيعي لعدد ٢٨ محصور بين ٥ و ٦ فيكون الجذر التربيعي للكسر محصورا بين $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٦}{٧}$ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من $\frac{١}{٧}$ غير أن الاول منه ما يدل عليه بالعجز والثاني بالزيادة

المثال الثالث - أن يكون مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التربيعي غير مربع كامل مثل الكسر $\frac{١٤}{١٩}$ فنقول من المعلوم أنه يمكن جعل مقام هذا الكسر مربعاً كاملاً بواسطة ضرب حديه في نفس المقام هكذا

$$\frac{١٤}{١٩} = \frac{١٩ \times ١٤}{١٩} = \frac{١٤}{١٩}$$

وبأخذ الجذر التربيعي يحدث

$$\frac{1}{19} \text{ مقرباً بأقل من } \frac{17}{19} = \sqrt{\frac{17}{19}} = \sqrt{\frac{14}{19}}$$

وبمثل ذلك يكون

$$\frac{1}{20} \text{ مقرباً بأقل من } \frac{17}{20} = \sqrt{\frac{17}{20}} = \sqrt{\frac{13}{20}} = \sqrt{\frac{40 \times 13}{20}} = \sqrt{\frac{17}{20}}$$

تنبيه ١ - يتوصل أحياناً إلى جعل مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التربيعي مربعاً تاماً بطريقة أخرى وهي أن يحلل مقام الكسر إلى عوامله الأولية ثم يبحث عن العوامل التي إذا ضربت في المقام تجعل جميع أسس عوامله زوجية ثم يضرب حاصل ضرب تلك العوامل في حدى الكسر المقروض ويجرى العمل كما سبق

مثال ذلك

$$\frac{0 \times 17}{6 \times 12} = \frac{17}{0 \times 12} = \frac{17}{20}$$

ومنه يحدث

$$\frac{1}{10} \text{ مقرباً بأقل من } \frac{8}{10} = \sqrt{\frac{8 \times 17}{10 \times 12}} = \sqrt{\frac{17}{20}}$$

وهذه الطريقة وإن كانت أسرع علامن السابقة لكن مقدار ناتج الجذر فيها أقل قرباً من الأولى لأنه يتحصل من الطريقة الأولى أن مقدار الجذر هو $\frac{17}{20}$ مقرباً بأقل من $\frac{1}{10}$ وقد تحصل من هذه الحالة الأخيرة المقدار $\frac{8}{10}$ وهو قريب من الحقيقة بأقل من $\frac{1}{10}$

تنبيه ٢ - قد ذكرنا في جميع ما سبق من الأمثلة لزوم جعل مقام الكسر المراد أخذه جذره التربيعي مربعاً تاماً أزيدون ذلك لآتي في حصر درجة التقريب فإذا أخذ الجذر التربيعي للكسر $\frac{17}{09}$ بدون أن يجعل مقامه مربعاً كاملاً تحصل $\sqrt{\frac{17}{09}} = \frac{0}{9}$ وهو كسر وإن كان يقرب من الجذر المطلوب لأنه لا يمكن حصر درجة قربه منه لأنه لا كان المقام ٧ قريباً من المقام الحقيقي فلا يعلم إذن مقدار الأجزاء التي انقسم إليها الواحد الصحيح

(٣٧٦) أما إذا كان الكسر المطلوب أخذه جذره معصوباً بعدد صحيح وجب ألا تحتوي لهما إلى صورة كسرية ثم يطبق عليها العملية المعتادة فإذا أريد استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{09}{16}$ ٤ تحصل

$$\frac{1}{8} \text{ مقرباً بأقل من } \frac{17}{8} = \sqrt{\frac{17}{16}} = \sqrt{\frac{09}{16}}$$

المبحث الخامس

(في تربيعة الكسر الاعشارى)

(٣٧٧) لما كان مربع أى عدد هو العدد الناتج من ضربه فى نفسه فلا صعوبة اذن فى تربيعة الكسر الاعشارى انما يجب هنا ملاحظة أمرين أولهما أن مربع الكسر الاعشارى يجب أن يحتوى على أرقام اعشارية بقدر ضعف الأرقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض وثانيهما ان مربع أى عدد منته من جهة اليمين برقم معنوى لا يكون منتهياً بل باصفر كما ثبت ذلك (بنمرة ٣٦٣ نتيجة) وبناء عليه فكل عدداً اعشارى منته من جهة اليمين بصفر أو كان عدداً أرقامه الاعشارية فردياً لا يكون مربعاً تاماً

المبحث السادس

(فى استخراج الجذر التريعى لكسر اعشارى)

(٣٧٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التريعى لكسر اعشارى يبدأ أولاً بجعل أرقامه الاعشارية زوجية ان لم تكن كذلك بواسطة وضع صفر على يمينه ثم يقطع النظر بعد ذلك عن فاصل الاعشار ويستخرج الجذر التريعى للعدد الموجود كانه عدد صحيح مقرباً بأقل من واحد صحيح ويفصل من ناتج الجذر أرقام اعشارية بقدر نصف عدد الأرقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض بعد وضع الصفر على يمينه لو كان حصل ذلك وبذلك يتوصل الى الجذر المطلوب مقرباً بأقل من واحد من النزلة الاخيرة منه

المثال الاول - اذا أريد استخراج الجذر التريعى للعدد الاعشارى ٢٩,٤٥٦٨ نقول من المعلوم أن

$$\frac{294568}{1000} = \frac{294568}{1000} = 29,4568$$

ويحدث

$$\sqrt[3]{\frac{294568}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{294568}{1000}} = \sqrt[3]{294568} = 29,4568$$

المثال الثانى - اذا أريد استخراج الجذر التريعى للعدد الاعشارى ٢٩,٤٥٦ نقول ان

$$\frac{29456}{1000} = 29,456$$

واذن يكون

$$\sqrt[3]{\frac{29456}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{29456}{1000}} = \sqrt[3]{29456} = 29,456$$

وهذان المثالان يحققان القاعدة

المبحث السابع

(في تقريب الجذور التربيعية)

(٣٧٩) الغرض من استخراج الجذر التربيعي لعدد ما مقربا بالعجز بأقل من ٠.١ أو من ٠.٠١ أو من ٠.٠٠١ أو من $\frac{1}{v}$ أو من $\frac{1}{v^2}$ الخ هو إيجاد أعظم عدد من أجزاء الاشارة أو أجزاء المئين أو أجزاء الألوف أو أجزاء الأسباع أو الخ يكون مربعه منحصرا في العدد المقروض

فالجذر التربيعي لعدد ٢ مقربا بالعجز بأقل من ٠.٠١ هو ١.٤١ وأما ١.٤٢ فهو جذر العدد المقروض مقربا بالزيادة بأقل من ٠.٠١

وذلك لأن

$$1.41^2 = 1.9881 \text{ وهو } < 2 \text{ و}$$

$$1.42^2 = 2.0164 \text{ وهو } > 2$$

وكذلك الجذر التربيعي للكسر $\frac{28}{49}$ هو $\frac{5}{7}$ مقربا بالعجز بأقل من $\frac{1}{v}$ والمقدار $\frac{7}{v}$ هو جذره مقربا بالزيادة بأقل من $\frac{1}{v}$

وذلك لأن

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49} \text{ وهو } < \frac{28}{49} \text{ و}$$

$$\left(\frac{7}{7}\right)^2 = \frac{49}{49} \text{ وهو } > \frac{28}{49}$$

(٣٨٠) والقاعدة العمومية لاستخراج الجذر التربيعي لعدد ما صحيحا كان أو كسريا بحيث يكون مقربا بدرجة تقريب ما معينة مدلول علميا بكسر بسطه الوحدة هي أن يضرب العدد المعلوم في مربع مقام الكسر المراد التقريب اليه ثم يستخرج الجذر التربيعي لحاصل الضرب مقربا بأقل من واحد صحيح ويقسم الناتج على المقام المذكور

فإذا أريد مثلا استخراج الجذر التربيعي لعدد ٣٤٧ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول من المعلوم أن

$$\frac{347.000}{100} = \frac{100 \times 347}{100} = 347$$

واذن يكون

$$18.62 = \frac{1862}{100} = \sqrt{\frac{347.000}{100}} = \sqrt{\frac{100 \times 347}{100}} = \sqrt{347}$$

فهذا المثال وما سواه من الامثلة تحققة للقاعدة

حيث ان عدد $\frac{84187.235}{1000} = 84,187.235$ وان الجذر التربيعي للبسط مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التربيعي لعدد 84187.2 (كأذكر بفرقة 374) وهو مساو الى 29.1 فيكون اذن

$$\frac{1}{1 \dots} \text{مقرباً بأقل من } 29.1 = \frac{29.1}{1 \dots} = \frac{\overline{29.1 \cdot 230}}{r_{1 \dots}}$$

مثال ثالث - ليكن المطلوب استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسري $\frac{3}{v}$ ، مقرباً بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول ان $\frac{3}{v} = \frac{31}{100} = \frac{31}{v} = \frac{3}{v}$ وان الجذر التربيعي لعدد $\frac{3}{v}$ مقرباً من واحد صحيح هو ٢١٠ فيكون

$$r_{10} = \frac{r_1}{1.0} = \frac{\frac{24280}{V}}{r_{10}} = \frac{r_{10} \times \frac{r_1}{V}}{r_{10}} = \frac{r_1}{V} = \frac{3}{V}$$

مقرَّباً بأقل من $\frac{1}{1.0}$

مثال رابع - وأخيرا إذا أريد استخراج الجذر التربيعي للعدد الكسرى $\frac{2}{7}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{30}$ نقول ان $\frac{2}{7} = \frac{23}{70} = \frac{23 \times \frac{23}{7}}{70 \times \frac{23}{7}} = \frac{23}{70} = \frac{23}{70} = \frac{23}{70}$ وحيث ان $\frac{23}{70} = \frac{23}{70}$ مقربا بأقل من واحد صحيح يكون $\frac{23}{70} = \frac{23}{70}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{30}$

تنبيه - حيث ان المعتاد في الاعمال هو استخراج الجذر التربيعي مقرباً بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ الخ أمكن وضع القاعدة السابقة على الصورة الآتية

(٣٨١) لاستخراج الجذر التربيعي لعدد ما مقرباً بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من ... الخ يقوم العدد المعطى بعدد أعشاري يحتوي على أرقام أعشارية بقدر ضعف الأرقام العشرية المطلوب إيجادها في ناتج الجذر ثم يستخرج الجذر التربيعي لهذا العدد الأعشاري كالمكان عدد صحيحاً ويفصل من بين ناتج الجذر أرقام أعشارية بقدر الأرقام المدلول علماً بدرجته التقريب

(۳۸۲) کل عدد لم یکن مربعا تا ما یقال له غیر جذری و یقال لجذر ما صم

(٣٨٣) الجذر التربيعي الاصم هو النهاية المشتركة التي يقرب منها مقادير التقريبية التي تكون اما بالجذر واما بالزيادة بأقل من ١. أو من ٠.١ أو من ٠.٠١ أو من ٠.٠٠١ الخ فعلى هذا يعتبر ٣٧

من جهة أنه نهاية مقادير التقريبية ١.٧٠ و ١.٧٣ و ١.٧٣٢ و ١.٧٣٣ و ١.٧٣٤ الخ بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ الخ

ومن جهة أخرى أنه نهاية مقادير التقريبية ١.٨٠ و ١.٧٤ و ١.٧٣٣ و ١.٧٣٤ و ١.٧٣٥ الخ بالزيادة بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ الخ وأن سلسلتي الأعداد السابقتين قربان من نهاية واحدة

والبرهنة على ذلك نقول اذا تأملنا الى أعداد السلسلتين المذكورتين نرى أولاً أن أعداد السلسلة الأولى آخذة في الزيادة وأن أعداد السلسلة الثانية آخذة في النقص وثانياً أن كل عدد من أعداد السلسلة الأولى أقل من نظيره من أعداد السلسلة الثانية فيكون الفرق بين الأعداد المتناظرة من السلسلتين آخذ في النقص وحينئذ إذا أخذنا مقدار أعداد السلسلتين في الزيادة الى غير نهاية أخذ الفرق بين الأعداد المتناظرة فيهما في النقص الى الصفر وبناء عليه فتكون نهايتا السلسلتين واحدة وهو ٣٧

الفصل الثاني

(في المكعب والجذر التكعيبي)

المبحث الاول

(في المكعب والجذر التكعيبي لعدد صحيح)

(٣٨٤) حيث ان مكعب أي عدد هو حاصل ضربه في نفسه مرتين أو هو حاصل ضربه في مربعه تكون مكعبات التسعة أعداد الأولى هي

أعداد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
مكعبات	١	٨	٢٧	٦٤	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	٥١٢	٧٢٩

وبالتأمل في هذا الجدول نستنتج منه الأمرين الآتين

الاول - ان جميع الأعداد ليست كلها بمكعبات وذلك لان بين العددين ٢٧ و ٦٤ اللذين هما مكعبا العددين المتواليين ٣ و ٤ يوجد ستة وثلاثون عددا ليست بمكعبات

وكذا يوجد بين العددين ٦٤ و ١٢٥ الذين هما مكعبا العددين المتوالين ٤ و ٥ ستون عددا ليست بمكعبات وهكذا

ومتى لم يكن العدد مكعبا فلا يكون له ضرورة جذر حقيقي بل يكون جذره تقريبا وهو جذر أعظم مكعب منه صرفه فعدد ٣٦ مثلا الذي لم يكن من جله المكعبات ليس له جذر تكعيبي حقيقي انما حيث انه محصور بين المكعبين ٢٧ و ٦٤ فيكون عدد ٢٧ هو أعظم مكعب منحصر فيه ويكون جذره التكعيبي ٣ هو الجذر التكعيبي التقريبي لعدد ٣٦

أما عدد ٩ الدال على الفرق بين العددين المعام ٣٦ وبين ٢٧ وهو أعظم مكعب منحصر فيه فانه يسمى بالباقي

الثاني - المكعب التام يمكن أن يكون مبدؤا من جهة اليمين بواحد من الارقام التسعة المعنوية

(٣٨٥) القاعدة الاولى - كل عدد مبدؤ من جهة اليمين بصفراً وبعدة أصفار فان مكعبه يجب أن يكون منتها من جهة اليمين أيضا بأصفار يكون عددها مساويا لثلاثة أمثال عدد الاصفار الموجودة على يمين العدد الاصل

وذلك لانه

$$\text{أولا - } 1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$$

$$\text{ثانيا - } 100000 = 100 \times 100 \times 100 = 10^5$$

$$100000000 = 1000 \times 1000 \times 1000 = 10^9$$

$$11125000000 =$$

وننتج من ذلك أن مكعب أى عشرات لا يكون إلا ألوا

(٣٨٦) القاعدة الثانية - مكعب مجموع عددين يتربك دائما من أربعة أجزاء وهي

أولا - مكعب العدد الاول

ثانيا - حاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع العدد الاول في الثاني

ثالثا - حاصل ضرب العدد الاول في مربع الثاني

رابعا - مكعب العدد الثاني

$$\text{أعني أن } 8^3 + 3 \times 8^2 \times 5 + 3 \times 8 \times 5^2 + 5^3 = (8+5)^3$$

وللبرهنة على ذلك نقول

لرفع المجموع $٨ + ٥$ الى القوة الثالثة يجب على مقتضى التعريف ضرب به في نفسه مرتين أو ضرب به في مربعه

وحيث ان مربع المجموع $٨ + ٥$ هو بناء على ما سبق $٨^٢ + ٢ \times ٨ \times ٥ + ٥^٢$ فاذا ضرب هذا الحاصل في ٨ أى ضرب كل جزء من أجزائه في ٨ ثم في ٥ كذلك وجع الحاصلان على بعضهما تحصل

$$\begin{array}{r} ٨^٢ + ٢ \times ٨ \times ٥ + ٥^٢ \\ \times ٨ \\ \hline ٨^٣ + ٢ \times ٨^٢ \times ٥ + ٢ \times ٨ \times ٥^٢ + ٥^٣ \\ \times ٥ \\ \hline ٨^٣ \times ٥ + ٢ \times ٨^٢ \times ٥^٢ + ٢ \times ٨ \times ٥^٣ + ٥^٤ \end{array}$$

حاصل ضرب المضروب في ٨
حاصل ضرب المضروب في ٥
الحاصل الكلي

وهذا الناتج يحقق القاعدة

ومما ذكر ينتج

أولا - مكعب أى عدداً كبير من ١٠ يتركب من أربعة أجزاء أو أربعة حواصل جزئية وهي مكعب العشرات وثلاثة أمثال مربع العشرات في الآحاد وثلاثة أمثال العشرات في مربع الآحاد ومكعب الآحاد وذلك لان كل عدداً كبير من ١٠ يمكن اعتباره كأنه مؤلف من مجموع عددين أحدهما آحاده وثانيهما عشراته مثل ٦٥ فإنه يساوى ٦ عشرات + ٥ آحاد وبناء على ما تقدم يكون

$$٦٥^٣ = (٥ + ٦٠)^٣ = ٦٠^٣ + ٣ \times ٦٠^٢ \times ٥ + ٣ \times ٦٠ \times ٥^٢ + ٥^٣$$

ثانياً - الفرق بين مكعبى عددين صحيحين متواليين يساوى ثلاثة أمثال مربع العدد الأصغر زائداً ثلاثة أمثال هذا العدد زائداً واحداً

والفرق بين مكعبى العددين المتواليين ١٥ و ١٦ أو $(١٥ + ١)$ هو

$$١٦^٣ - ١٥^٣ = (١٥ + ١)^٣ - ١٥^٣ = ٣ \times ١٥^٢ \times ١ + ٣ \times ١٥ \times ١^٢ + ١^٣$$

$$١٥^٣ = ١٥^٣$$

وبطرح المتساوية الثانية من الأولى يحدث $(١٥ + ١)^٣ - ١٥^٣ = ٣ \times ١٥^٢ \times ١ + ٣ \times ١٥ \times ١^٢ + ١^٣$

وهو ناتج موافق للنطوق $١٥ \times ١ + ١$

المبحث الثاني

(في الجذر التكعيبي لعدد صحيح)

(٣٨٧) الحالة الاولى - أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التكعيبي أقل من ١٠٠٠ مثل ٣٧٥ نقول حيث ان هذا العدد أقل من ١٠٠٠ فيكون جذره التكعيبي أقل من ١٠ وحيث انه غير موجود في جدول مكعبات الاعداد البسيطة فيكون جذره تقريبا وهو جذر أعظم مكعب منحصر فيه وحيث انه محصور بين المكعبين المتواليين ٣٤٣ و ٥١٢ فيكون جذره التكعيبي هو ٧ مقربا بأقل من واحد صحيح ويكون الباقي هو ٣٢ لان

$$٣٢ = ٣٤٣ - ٣٧٥$$

الحالة الثانية - أن يكون العدد المطلوب استخراج جذره التكعيبي أكبر من ١٠٠٠ مثل ٨٤٩٤٧ نقول

حيث ان هذا العدد أكبر من ١٠٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أعنى مركبا من آحاد وعشرات ومن المعلوم أنه لو كان هذا الجذر معلوما ورفع الى القوة الثالثة وضم الى الناتج باقى العملية ان وجد تحصل عدد ٨٤٩٤٧ وبناء عليه فيعتبر هذا العدد كانه مركب من الاجزاء الخمسة الآتية وهي

أولا مكعب العشرات - ثانيا ثلاثة أمثال مربع العشرات في الآحاد - ثالثا ثلاثة أمثال العشرات في مربع الآحاد - رابعا مكعب الآحاد - خامسا باقى العملية ان وجد ولما كانت هذه الاجزاء الخمسة مترجمة مع بعضها ومكونة للعدد المقروض ولا يتأق حصرأيا في أى جزء من أجزائه الا مكعب العشرات ناسب الابتداء بالمبحث عن رقم عشرات الجذر فنقول حيث ان مكعب العشرات لا يتأق منه الا الوف (٣٨٥ نتيجة) فلا يتأق حصره الا في ٨٤ الوف العدد المقروض التي يمكن أن تحتوى زيادته على ذلك بعض الوف أخرى ناتجة من الاجزاء الاربعة الاخرى وحيث اذا فصلنا آحاد العدد المقروض وعشراته ومثاله عن أوفه واستخرجنا جذر أعظم مكعب منحصر فيها فلا يكون أقل من رقم عشرات الجذر الحقيقي

وكذا لا يمكن أن يكون أكبر منه لانه لو تأق ذلك لكان الجذر التكعيبي لعدد ٨٤ أوف أو ٨٤٠٠٠ أكبر من الجذر التكعيبي لعدد ٨٤٩٤٧ وهو محال وبناء على ما ذكر يكون جذر أعظم مكعب منحصر في ٨٤ أوف هو رقم عشرات الجذر الحقيقي وتوضع العملية هكذا

٤٣ ناتج الجذر	$\sqrt[3]{84947}$
$48 = 3 \times 3 \times 3$	٦٤
$4800 = 30 \times 3$	٢٠٩٤٧
$360 = 3 \times 30 \times 3$	١٥٥٠٧
$9 = 3 \times 3$	الباقى ٥٤٤٠
0169	
$3 \times$	
10007	

ثم نقول ان أعظم مكعب منحصرفى ٨٤ هو ٦٤ وجذره التكعيبى هو ٤ فيكون هو رقم عشرات الجذر

والحصول على رقم آحاد الجذر نقول من المعلوم ان لو طرحنا من العدد المفروض ٦٤ ألوف أو ٦٤٠٠٠ وهو مكعب العشرات فان الباقى وهو ٢٠٩٤٧ يجب أن يكون مشتقاً على الأجزاء الأربعة الآتية وهى

أولاً ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد - ثانياً ثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد - ثالثاً مكعب الآحاد - رابعاً الباقى ان وجد

أما الجزء الاول وهو ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد فلا يتحصل منه الامثال وهو لا يمكن حصره الا فى ٢٠٩ مثات الباقى التى يمكن أن تحتوى زيادة على ذلك بعض مثات أخرى ناتجة من الأجزاء الثلاثة الباقية وحينئذ اذا فصلنا آحاد الباقى وعشراته عن مثاته وقسمناها على ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر فلا يكون خارج القسمة أقل من رقم آحاد الجذر المطاوب انما الذى يمكن أن يتبقى وقوعه عند اجراء عملية القسمة هو الحصول على رقم أكبر من رقم الآحاد ولذا يجب تجزئته

وحيث ان خارج قسمة ٢٠٩ مثات على $3 \times 3 = 48$ (ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر) هو ٤ فيجب تجزئته باحدى الطريقتين الآتيتين

الاولى - ان يكعب ناتج الجذر ٤٤ ويقارن بالعدد المفروض فاننا نسير طرجه منه فلا يكون الرقم الجارى تجزئته كبيراً ولا ينقص واحداً بعد واحد حتى يتبقى الطرح وحيث ان $44 = 85184$ وهو عدداً كبير من ٨٤٩٤٧ دل ذلك على أن رقم ٤ كبير ولذا يجب تجزئة رقم ٣

الثانية - وهي المعتاد اجزاؤها في الاعمال أن تكون الحواصل الاربعة لمكعب ناتج الجذر باعتبار أن عدد ٤ هو رقم آحاده ثم يطرح منها مكعب العشرات الذي سبق طرحه من العدد المفروض ثم يقارن مجموع الحواصل الثلاثة بالباقي فإذا تيسر طرحه منه فلا يكون الرقم الجاري تجزئته كبيرا ولا ينقص واحدا بعد واحد حتى يتأني الطرح

أما الحواصل الاربعة لمكعب عدد ٤٤ فهي

$$٤^٣ + ٤^٢ \times ٤٠ + ٤ \times ٤^٢ \times ٣ + ٤^٣$$

وبطرح مكعب العشرات من هذه الحواصل يكون مجموع الحواصل الثلاثة الباقية هو

$$٤^٣ \times ٤ + ٤^٢ \times ٤٠ \times ٣ + ٤ \times ٤^٢ \times ٣ \text{ أو } ٤^٢ \times (٤ + ٤٠ \times ٣ + ٤ \times ٣) = ٤ \times (١٦ + ٤٨٠ + ٤٨٠) = ٤ \times ٩٧٦ = ٣٩٠٤$$

الباقي ٢٠٩٤٧ فيدل ذلك على أن رقم ٤ الجاري تجزئته كبير فلذا يجب تجزئته رقم ٣

يشاهد من الطريقة الثانية التي اتبعت في تجزئة رقم ٤ أنه قد تكونت لسهولة العمل كل واحد من الحواصل الثلاثة بعد قسمته على رقم الآحاد ثم ضرب مجموعها في رقم الآحاد

وبتجربة رقم ٣ بالطريقة المذكورة نرى أن $(٣^٣ + ٣^٢ \times ٤٠ + ٣ \times ٣^٢ \times ٣) \times ٣ = ٣ \times (٢٧ + ٣٦٠ + ٣٢٤) = ٣ \times ٩١١ = ٢٧٣٣$

وهو عدد يمكن طرحه من الباقي ٢٠٩٤٧ فيكون إذن رقم ٣ هو آحاد الجذر

ويكون عدد ٤٣ هو جذر أعظم مكعب منصرف في العدد المفروض والباقي هو ٥٤٤٠

مثال آخر - ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢ نضع

العملية هكذا

٢١٣٨٩٢ = ٨٢ × ٣		٢١٣٨٩٢ = ٨٢ × ٣		١٩٢ = ٨ × ٣		١٧١٦٠٧١٤٩١٢ = ٨ × ٣	
٢١٣٨٩٢٠٠ = ٨٢٠ × ٣		٢١٣٨٩٢٠٠ = ٨٢٠ × ٣		١٩٢٠٠ = ٨٠ × ٣		١٧١٦٠٧١٤٩١٢ = ٨٠ × ٣	
٢٥٦٠ = ٨٢٠ × ٣		٢٥٦٠ = ٨٢٠ × ٣		١٦ = ٨ × ٣		١٦ = ٨ × ٣	
١ = ١		١ = ١		١ = ١		١ = ١	
٢١٣٨٩٢١		٢١٣٨٩٢١		١٧١٦٠٧١٤٩١٢		١٧١٦٠٧١٤٩١٢	
١ ×		٢ ×		٤ ×		٨ ×	
٢١٣٨٩٢١		٢١٣٨٩٢١		١٧١٦٠٧١٤٩١٢		١٧١٦٠٧١٤٩١٢	
١٠٣٦١		١٠٣٦١		١٠٣٦١		١٠٣٦١	

ثم نقول ان مكعب عشرات الجذر لا ينحصر الا في ألوف العدد المفروض ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢ فاذا فصلنا آحاد وعشرات ومئات هذا العدد عن ألوفه بقااصل واستخرجنا جذراً عظيماً مكعب منحصرفى ٥٩٧١٦٠٧١٤ ألوف فانا توصل الى عشرات الجذر المطروية

لكنه لما كان العدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ أكبر من ١٠٠٠ فيكون جذره أكبر من ١٠ أى مركب من آحاد وعشرات وان مكعب هذه العشرات الجذرية لا ينحصر الا في ألوف العدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ فاذا فصلنا آحاد وعشرات ومئات هذا العدد عن ألوفه لزمنا أن نستخرج جذراً عظيماً مكعب منحصرفى ٥٩٧١٦٠ وهى عملية يتأتى اجراؤها كما فى المثال السابق

وحيث ان الجذر التكعيبي لعدد ٥٩٧١٦٠ هو ٨٤ فيكون هو عشرات الجذر التكعيبي لعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ وان الباقي وهو ٤٤٥٦٧١٤ لا يشتمل الا على ثلاث حواصل جزئية وعلى الباقي ان وجد

ثم اذا بحثنا بالطريقة المتقدمة على رقم آحاد هذا الجذر نجد أنه ٢ وحينئذ يكون الجذر التكعيبي لعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤ هو ٨٤٢

غير أنه يمكن اعتبار عدد ٨٤٢ دال على عشرات الجذر التكعيبي للعدد ٥٩٧١٦٠٧١٤٩١٢ واذن فلم يبق علينا الا البحث عن رقم الآحاد بالطريقة المذكورة وحيث ان هذا الرقم هو ١ فيكون الجذر التكعيبي للعدد المفروض هو ٨٤٢١ والباقي هو ٣١٢٤٥١

وبما تقدم جميعه يمكن أن نستنتج القاعدة العمومية الآتية

(٣٨٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبي لعدد صحيح يقسم الى فصول يحتوى كل منها على ثلاثة أرقام بالابتداء من اليمين أما الفصل الاخير من جهة الشمال فقد لا يحتوى الا على رقم أو رقمين فقط ثم يستخرج الجذر التكعيبي لهذا الفصل الاخير فيحصل على أعلى رقم من ناتج الجذر ثم يكعب هذا الرقم وي طرح مكعبه من الفصل الاخير من جهة الشمال وينزل على يمين الباقي الفصل التالى للفصل الاخير من جهة الشمال وبفصل الرقم الاولان من جهة اليمين من العدد المتكون من ذلك وتقسم مئاته على ثلاثة أمثال مربع رقم الجذر الذى يحصل فيدل خارج القسمة ما على الرقم الثانى الجذراً وعلى رقم أعلى منه ولذا يجب تجربة هذا الرقم بواسطة تكوين الاجزاء الثلاثة الباقية من المكعب فان كان مجموعها يمكن طرحه من العدد الموافى من الباقي الاول والفصل الثانى من جهة الشمال من العدد المفروض دل ذلك على أن الرقم الجارى تجربته ليس كبيراً وان لم يتأتى الطرح لزم تنقيصه واحداً بعدواً حتى يتأتى الطرح

ومتى تحصلنا على الرقم الثاني للجذر فانا نزل على عین الباقي الثاني الفصل الثالث من جهة الشمال ثم يفصل من عین العدد المتكوت بهذه المائة الرقان الاولان ويقسم الجزء الباقي منه على ثلاثة أمثال مربع العدد المتحصل في الجذر فيدل خارج القسمة بعد تحقیقه على الرقم الثالث الجذر وهكذا يستمر العمل حتى ينتهی انزال واستعمال باقي فصول العدد المفروض

تبيينات

الاول - من المعلوم أن ناتج الجذر يشتمل على أرقام يساوي عددها عدد الفصول الثلاثة التي انقسم اليها العدد المفروض

الثاني - في حالة ما يتحصل من إحدى عمليات القسمة خارج مساو للصفر فان ذلك يدل على أن الجذر لا يشتمل على وحدات من الرتبة المناظرة له ولذا يوضع صفر في ناتج الجذر وينزل فصل جديد على عین الباقي الاخير ثم يستمر في العمل كالجارى

الثالث - ان كثرة التحسينات التي تحصل عند اجراء عملية الجذر في تجربة رقم خارج القسمة خشية الحصول على رقم أكبر من الرقم الحقيقي ربما وقع في رقم يكون أصغر من الرقم الحقيقي غير أنه يتحقق من ذلك متى وجد أن باقي عملية القسمة يزيد عن ثلاثة أمثال مربع ناتج الجذر المتحصل زائد ثلاثة أمثاله

فإذا تحصل مثلاً في عملية جذر تكعبي ناتج جذر مساو ٣٢ وكان الباقي مساوياً بالقل الى $3 \times 32 + 3 \times 32 + 1$ دل ذلك على أن رقم آحاد الجذر صغير عن الحقيقة بواحد وذلك لانه تقدم (بمرة ٣٨٦ نتيجة ٢) أن

$$1 + 3 \times 32 + 3 \times 32 + 32 = 323$$

الرابع - يمكن اختصار عملية الجذر التكعبي بواسطة اجراء عمليتي الضرب والطرح معا في آن واحد كما جرى ذلك في عملية القسمة

(٣٨٩) لعل ميزان الجذر التكعبي يكعب ناتج الجذر ويضم اليه الباقي ان وجد فان حاصل جمعهما لا بد وأن يكون مساوياً للعدد المفروض

المبحث الثالث

(في المكعب والجذر التكعبي لكسرا اعتيادي)

(٣٩٠) القاعدة الاولى - لتكعيب كسر اعتيادي يرفع كل من حديه الى القوة الثالثة

فعلى هذا يكون $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$

وذلك لان $(\frac{4}{5})^3$ يساوى على مقتضى التعريف العام للتكعيب $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$
 $\frac{64}{125} = \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$

تنبيه - أما اذا كان الكسر المراد تكعيبه معصوباً بعدد صحيح لزم أولاً تحويل العدد الصحيح والكسر الى عدد كسرى ثم أجرى عملية الرفع بعد ذلك
 فإذا أريد رفع العدد الكسرى $5\frac{3}{4}$ الى القوة الثالثة حدث

$$\frac{3}{4} = 3(\frac{3}{4}) = 3(5\frac{3}{4})$$

(٣٩١) القاعدة الثانية - كل كسر غير قابل للاختصار يكون مكعبه كذلك

فالكسر $\frac{4}{5}$ الغير القابل للاختصار يكون مكعبه $\frac{64}{125}$ كذلك وذلك لانه حيث كان العددان ٤ و ٥ أوليين معاً فقاموا هما تكون كذلك

(٣٩٢) القاعدة الثالثة - لا يمكن أن يكون العدد الصحيح مكعب العدد كسرى

وذلك لان العدد الكسرى مهما كانت صورته فانه يمكن وضعه دائماً على صورة كسرية غير قابلة للاختصار وقد علم من القاعدة السابقة أن مكعب أى كسر غير قابل للاختصار لا يكون الا كسراً مثله أى غير قابل للاختصار فلا يكون اذن عدداً صحيحاً

(٣٩٣) القاعدة الرابعة - اذا كان حداً كسراً غير قابل للاختصار غير مكعبين فلا يمكن أن يكون هذا الكسر مكعباً لعدد صحيح ولا لعدد كسرى وللبرهنة على ذلك نقول

أولاً - حيث ان مكعب العدد الصحيح هو عدد صحيح فلا يمكن أن يكون الكسر المقروض مكعباً لعدد صحيح

ثانياً - حيث ان كل عدد كسرى غير قابل للاختصار يمكن وضعه على صورة كسرية غير قابلة للاختصار وان مكعب مثل هذا الكسر الاخير يجب أولاً أن يكون غير قابل للاختصار وثانياً أن يكون حداً مكعبين فهو اذن مغاير للكسر المقروض وبذلك لا يكون مكعباً لعدد كسرى

(٣٩٤) القاعدة الخامسة - الجذر التكعيبي لعدد كسرى مقرباً بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي للجزء الصحيح من هذا العدد الكسرى

فالجذر التكعيبي للعدد الكسرى $٦٧٢٥\frac{٦٤}{١٢٥}$ مقرباً بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي للعدد الصحيح ٦٧ وهو ٣ وذلك لان

$$٣ = ٢٧ \text{ وهو } > ٦٧٢٥ \text{ و } ٤ = ٦٤ \text{ وهو } < ٦٧٢٥$$

واذن فالجذر التكعيبي للعدد ٦٧٢٥٤ محصور بين العددين ٣ و ٤ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني بالزيادة وكذلك الجذر التكعيبي للعدد الكسرى $\frac{347}{11}$ أو $\frac{31}{11}$ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي للعدد الصحيح ٣١ وهو ٣ وذلك لأن

$$3^3 = 27 \text{ وهو } < \frac{31}{11} \text{ و}$$

$$4^3 = 64 \text{ وهو } > \frac{31}{11}$$

واذن فالجذر التكعيبي للعدد الكسرى $\frac{31}{11}$ محصور بين العددين ٣ و ٤ وكلاهما يدل عليه مقربا بأقل من واحد صحيح غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني بالزيادة

المبحث الرابع

(في استخراج الجذر التكعيبي لكسرا اعتيادي)

(٣٩٥) لاستخراج الجذر التكعيبي لكسرا اعتيادي يبدأ أولاً بجعل مقامه مكعباً كاملاً ان لم يكن كذلك ثم يؤخذ الجذر التكعيبي لكل واحد من حدى الكسر الناتج ودليل ذلك واضح لانه عند ما يراد تكعيب أى كسر فإنه يرفع كل واحد من حديه الى القوة الثالثة المثال الاول - أن يكون كل واحد من حدى الكسر المفروض مكعباً كاملاً مثل الكسر $\frac{120}{116}$ فإنه يحدث

$$\frac{120}{116} = \frac{0}{1} \left(\frac{0}{1} \right)^3 \text{ وذلك لأن } \frac{0}{1} = \frac{120\sqrt[3]}{116\sqrt[3]} = \frac{120}{116}$$

المثال الثانى - أن يكون مقام الكسر وحده مكعباً كاملاً مثل الكسر $\frac{04}{321}$ فلا استخراج الجذر التكعيبي لهذا الكسر نقول حيث ان الجذر التكعيبي لعدد ٥٤ محصور بين ٣ و ٤ فيكون الجذر التكعيبي للكسر محصور بين $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{3}$ وكلاهما يدل عليه مقرباً بأقل من $\frac{1}{3}$ غير أن الاول يدل عليه بالعجز والثاني يدل عليه بالزيادة

المثال الثالث - أن يكون مقام الكسر المطاوب استخراج جذره التكعيبي غير مكعب كامل مثل الكسر $\frac{3}{5}$ فنقول من المعلوم أنه يمكن جعل مقام هذا الكسر مكعباً كاملاً بواسطة ضرب حديه في مربع المقام هكذا

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 25}{5 \times 25} = \frac{3}{5}$$

وبأخذ الجذر التكعيبي يحدث

$$\frac{1}{9} = \frac{4}{9} = \sqrt[3]{\frac{50 \times 3}{9}} = \sqrt[3]{\frac{50}{3}}$$

وبمثل ذلك يكون

$$\frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \sqrt[3]{\frac{12 \times 11}{12}} = \sqrt[3]{\frac{11}{12}}$$

تنبيه ١ - يتوصل أحيانا الى جعل مقام الكسر المطلوب استخراج جذره التكعيبي مكعبا كاملا بطريقة أخرى وهي أن يحلل مقام الكسر المفروض الى عوامله الأولية ثم يبحث عن العوامل التي اذا ضربت في المقام تجعل جميع أسس عوامله ثلاثية ثم يضرب حاصل ضرب تلك العوامل في حدى الكسر المذكور ويجرى العمل كما سبق

مثال ذلك

$$\frac{99}{33 \times 33} = \frac{3 \times 11}{33 \times 33} = \frac{11}{3 \times 33} = \frac{11}{99}$$

ومنه يحصل

$$\frac{1}{99} = \frac{2}{99} = \sqrt[3]{\frac{99 \times 2}{99}} = \sqrt[3]{\frac{2}{99}} = \sqrt[3]{\frac{11}{99}}$$

وهذه الطريقة وان كانت أسرع مما من السابقة لكن مقدار ناتج الجذر فيها أقل قربا من الأولى لانه يتحصل من الطريقة الأولى أن مقدار الجذر هو $\frac{18}{33}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{99}$ وقد تحصل في هذه الحالة الأخيرة المقدار $\frac{2}{99}$ وهو قريب من الحقيقة بأقل من $\frac{1}{99}$

تنبيه ٢ - قد ذكرنا في جميع ما سبق من الامثلة لزوم جعل مقام الكسر المراد أخذه جذره التكعيبي مكعبا كاملا اذ بدون ذلك لا يتأتى حصر درجة التقرب فاذا أخذ الجذر التكعيبي للكسر $\frac{28}{81}$ بدون أن يجعل مقامه مكعبا كاملا تحصل $\sqrt[3]{\frac{28}{81}} = \frac{3}{4}$ وهو كسر وان كان يقرب من الجذر المطلوب غير أنه لا يمكن حصر درجة قربه منه لانه لما كان المقام ٤ قريباً من المقام الحقيقي فلا يعلم أن مقدار الاجراء التي انقسم اليها الواحد الصحيح

(٣٩٦) أما اذا كان الكسر المطلوب أخذه جذره التكعيبي مضروباً بعدد صحيح وجب أولاً تحويله الى صورة كسرية ثم يطبق عليها العملية السابقة

المبحث الخامس (في تكعيب الكسر الاعشاري)

(٣٩٧) لما كان مكعب أى عدده هو الناتج من ضربه في مربعه فلا صعوبة اذن في تكعيب الكسر الاعشاري انما يلاحظ هنا فقط أمران أولهما أن مكعب الكسر الاعشاري يجب أن يحتوى على أرقام اعشارية بقدر ثلاثة أمثال الأرقام الاعشارية الموجودة في العدد المقروض وثانيهما أن أى عدده منته من جهة اليمين برقم معنوى لا يكون مكعبه منتهيا بصفر (٣٨٤ نتجه ٢) وبناء عليه فكل عدد اعشاري منته من جهة اليمين بصفر أو كان عدداً رقمه غير ثلاثي لا يكون مكعباً تاماً

المبحث السادس

(في استخراج الجذر التكعيبي لكسر اعشاري)

(٣٩٨) القاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبي لكسر اعشاري يبدأ أولاً بجعل أرقامه الاعشارية ثلاثية ان لم تكن كذلك بواسطة وضع صفر أو صفريين على يمينه ثم يقطع النظر بعد ذلك عن فاصل الاعشار ويستخرج الجذر التكعيبي للعدد الموجود كأنه عدد صحيح مقرباً بأقل من واحد صحيح ثم تفصل من ناتج الجذر أرقام اعشارية بقدر ثلث عدد الأرقام الاعشارية الموجودة في العدد المقروض وبذلك يتوصل الى الجذر التكعيبي المطلوب مقرباً بأقل من واحد من المئزلة الأخيرة منه

المثال الاول - اذا أريد استخراج الجذر التكعيبي للعدد الاعشاري ٥٩٦,٩٤٧٥٧٨ نقول من المعلوم أن ٥٩٦,٩٤٧٥٧٨ = $\frac{596947578}{1000000000} = \frac{596947578}{1000000000}$ ومنه يحدث

$$\sqrt[3]{596,947578} = \sqrt[3]{\frac{596947578}{1000000000}} = \frac{\sqrt[3]{596947578}}{\sqrt[3]{1000000000}} = \frac{841}{1000} = 841 \text{ مقرباً بأقل من } \frac{1}{1000}$$

وهذه عملية تحقق القاعدة

مثال آخر - اذا فرض أن العدد الاعشاري المطلوب استخراج جذره التكعيبي هو ٥٩٦,٩٤٧٥

$$596,9475 = \frac{596947500}{1000000} = 596,947500$$

ويحدث

$$\sqrt[3]{596,9475} = \sqrt[3]{\frac{596947500}{1000000}} = \frac{\sqrt[3]{596947500}}{\sqrt[3]{1000000}} = \frac{841}{1000} = 841 \text{ مقرباً بأقل من } \frac{1}{1000}$$

المبحث السابع

(في تقرب الجذور التكعيبية)

(٣٩٩) الغرض من استخراج الجذر التكعيبي لعدد ما مقرباً بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ هو إيجاد أعظم عددين أجزاء الأعداد أو أجزاء المئين أو أجزاء الألوف أو أجزاء الأسباع أو الخ يكون مكعبه منحصراً في العدد المقروض

فالجذر التكعيبي لعدد ٢ مقرباً بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ هو ١,٢٥ أما ١,٢٦ فهو جذره التكعيبي مقرباً بأقل من $\frac{1}{100}$ بالزيادة وذلك لأنه

$$1,25 = 1,903125 \text{ وهو } > 2 \text{ و}$$

$$1,26 = 2,000376 \text{ وهو } < 2$$

وكذلك الجذر التكعيبي للكسر $\frac{41}{130}$ يكون مساوياً إلى $\frac{3}{5}$ مقرباً بالعجز بأقل من $\frac{1}{10}$ وإلى $\frac{4}{5}$ مقرباً بالزيادة بأقل من $\frac{1}{10}$ وذلك لأن

$$\frac{41}{130} = \frac{3}{5} \text{ وهو } > \frac{41}{130} \text{ و}$$

$$\frac{41}{130} = \frac{4}{5} \text{ وهو } < \frac{41}{130}$$

(٤٠٠) والقاعدة العمومية لاستخراج الجذر التكعيبي لعدد ما صحيحاً كان أو عدداً كسرياً بحيث يكون مقرباً بدرجة تقرب ما معينة مدلول عليها بكسر بسيطة الوحدة هي أن يضرب العدد المعلوم في مكعب مقام الكسر المراد التقرب إليه ثم يستخرج الجذر التكعيبي للخاصل الضرب مقرباً بأقل من واحد صحيح ويقسم الناتج على المقام المذكور

فإذا أريد مثلاً استخراج الجذر التكعيبي لعدد ٧ مقرباً بأقل من $\frac{1}{100}$ يحصل

$$\frac{7 \cdot 1000000}{1000000} = \frac{7000000}{1000000} = 7$$

ومنه يحدث

$$1,912 = \frac{1912}{1000} = \sqrt[3]{\frac{7000000}{1000000}} = \sqrt[3]{7}$$

وهذا مثال يحقق القاعدة

مثال آخر - ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد العشري ٧٤,٨٧٥٦٧٨٣٢ مقرباً بأقل من $\frac{1}{100}$ يحصل

$$\frac{7487567832}{1000000} = 74,87567832$$

وحيث ان الجذر التكعيبي البسيط مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي لجزئه الصحيح وهو ٧٤٨٧٥٦٧٨ يكون عددا ٤٢١ هو الجذر التكعيبي البسيط مقربا بأقل من واحد صحيح ويكون

$$\sqrt[3]{\frac{74875678}{3100}} = \frac{421}{100} = 4,21 \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{100} \text{ بالعجز}$$

وهذا مثال يحقق القاعدة

مثال ثالث - ليكن المطلوب استخراج الجذر التكعيبي للعدد الكسرى ٨ + $\frac{4}{33}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول ان

$$\frac{8173913043 + \frac{11}{33}}{3100} = \frac{3100 \times \frac{188}{33}}{3100} = \frac{188}{33} = 8 + \frac{4}{33}$$

وحيث ان الجذر التكعيبي لعدد $\frac{11}{33}$ ٨١٧٣٩١٣٠٤٣ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ هو ٢٠١٤ يتحصل اذن

$$\sqrt[3]{\frac{8173913043 + \frac{11}{33}}{3100}} = \frac{2014}{100} = 20,14 \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{100}$$

مثال رابع - وليكن المطلوب أخيرا أخذ الجذر التكعيبي للعدد الكسرى ٣ + $\frac{2}{7}$ مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ نقول ان

$$\frac{88714 + \frac{2}{7}}{30} = \frac{30 \times \frac{23}{7}}{30} = \frac{23}{7} = 3 + \frac{2}{7}$$

وحيث ان الجذر التكعيبي للعدد الكسرى ٣ + $\frac{2}{7}$ ٨٨٧١٤ مقربا بأقل من واحد صحيح هو عين الجذر التكعيبي لجزئه الصحيح ٨٨٧١٤ وهو ٤٤ يحدث

$$\sqrt[3]{\frac{88714 + \frac{2}{7}}{30}} = \frac{44}{100} = 44 \text{ مقربا بأقل من } \frac{1}{100}$$

تنبيه - حيث ان المعتاد في الاعمال هو استخراج الجذر التكعيبي مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{10000}$ الخ أمكن وضع القاعدة السابقة على الصورة الآتية

(٤٠١) لاستخراج الجذر التكعيبي لعددا مقربا بأقل من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{10000}$ الخ يقوم العدد المعلوم بعدد اعشاري بحيث يحتوى على ارقام اعشارية بقدر ثلاثة أمثال الارقام الاعشارية المطلوب إيجادها في ناتج الجذر ثم يستخرج الجذر التكعيبي لهذا

العدد الاعشارى كلكو كان عددا صحيحا ويفصل من بين الناتج أرقام اعشارية بقدر الارقام المدلول عليها بدرجة التقريب

(٤٠٢) كل عدد لم يكن مكعبا تاما يقال له غير جذرى ويقال لجذره أصم

(٤٠٣) الجذر التكعيبي الاصم هو النهاية المشتركة التي يقرب منها مقاديره التقريبية التي تكون اما بالهجز واما بالزيادة بأقل من ١.٠ أو من ٠.١ أو من ٠.٠١ أو من ٠.٠٠ الخ فعلى هذا يعتبر $\sqrt[3]{3}$

من جهة أنه نهاية مقاديره التقريبية ١.٤ و ١.٤٤ و ١.٤٤٢ و ١.٤٤٣ و ٠.٠٠٠ بالهجز بأقل من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{10}$ الخ

ومن جهة أخرى أنه نهاية مقاديره التقريبية ١.٥ و ١.٤٥ و ١.٤٤٣ و ٠.٠٠٠ بالزيادة بأقل من $\frac{1}{1000}$ أو من $\frac{1}{100}$ أو من $\frac{1}{10}$ الخ

وأن سلسلتى الاعداد السابقين قربان من نهاية واحدة والبرهنة على هذه الطريقة هي عين البرهنة التي ذكرت بنمرة (٣٨٣)

الفصل الثالث - تطبيقات

(١) اذا كان الفرق بين مربعي عددين متوالين مساويا ١٤٧ والمطلوب معرفة هذين العددين لحل هذه المسألة نقول حيث ان عدد ١٤٧ هو الفرق بين مربعي عددين متوالين فيكون مساويا لضعف أصغر العددين زائدا واحدا فاذا طرح منه واحد كان الباقي وهو ١٤٦ يدل على ضعف أصغرهما واذن فيكون الاصغر مساويا $\frac{146}{2} = 73$ ويكون الاكبر مساويا ٧٤

(٢) أراد بستاني أن يغرس شجرا على هيئة مربع فبعد أن غرس منها جله خطوط رأى أنه يحتاج الى ١٢ شجرة لاتمام المربع ولما أن نقص كل صف شجرة وجد أنه يزيد عنده ٢٣ شجرة بعد اتمام المربع والمطلوب معرفة عدد الشجر الموجود بطرف البستاني

حل هذه المسألة نقول من المعلوم أن اذا نقصنا ٢٣ شجرة من الشجر الموجود بطرف البستاني كان الباقي كافيا ضرورة لاتشاء المربع الثاني أما اذا أردنا تشكيل المربع الاول فانا نحتاج ضرورة الى $12 + 23 = 35$ شجرة واذن فيكون عدد ٣٥ هو الفرق بين مربعي عددين متوالين أحدهما ١٧ وثانيهما ١٨ ويكون عدد الشجر الموجود مساويا الى $17 + 23 = 39$ شجرة أو الى $18 + 12 = 30$ شجرة أو الى $12 + 23 = 35$ شجرة

(٣) اذا دل عدد ٥ هكتار و ٦١ آرا و ٦٩ ستيار على مساحة قطع أرض مربعة والمطلوب حساب طول ضلع هذه القطعة بمقدار المتر

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ٥ هكتار تعادل ٥٠٠٠٠ متر مربعا وان ٦١ آرا تعادل ٦١٠٠ متر مربعا وان ٦٩ ستيار تعادل ٦٩ متر مربعا واذن فيعادل ٥ هكتار و ٦١ آرا و ٥٩ ستيار المقدار ٥٦١٦٩ متر مربعا وبأخذ الجذر التربيعي لهذا العدد يحصل ٢٣٧ مترا وهو ضلع قطعة الارض بمقدار المتر

(٤) حوض يساوي عرضه $\frac{٢}{٥}$ طوله قدملى بماء الى ارتفاع ٢٨ م منه وبلغ مقدار المياه فيه ٢٩٤٠ لترا والمطلوب معرفة مقدار طوله وعرضه

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ٢٩٤٠ لتر تعادل حجما قدره ٢٩٤٠ متر مكعبا وبقسمة هذا المقدار على ٢٨ م وهو ارتفاع الماء يحصل ١٠٥ متر مربع وهو مساحة قاعدة الحوض وحيث ان عرض القاعدة يساوى $\frac{٢}{٥}$ طولها فاذا قسم الطول الى خمسة أقسام متساوية والعرض الى قسمين متساويين وأقيمت أضلع من نقط التقاسيم انقسمت بذلك القاعدة الى عشرة مربعات متساوية ويكون سعة كل واحد منها $\frac{١٠٥}{١٠} = ١٠٥$ متر مربع وبأخذ الجذر التربيعي لهذا العدد يحصل $\sqrt{١٠٥} = ١٠٢٥$ مترا تقريبا وهو مقدار ضلع المربع وحيث ان طول القاعدة يحتوى على خمسة أجزاء من ذلك وطول ارتفاعها أو عرض الحوض يحتوى على جزئين يكون طول القاعدة مساويا ٥١٢٥ مترا وعرضها مساويا الى ٢٠٥ متر

ويتحقق من ذلك بواسطة ضرب الابعاد الثلاثة في بعضها فلا بد وأن تحصل المساحة الاصلية هكذا $٥١٢٥ \times ٢٠٥ \times ٢٨ = ٢٩٤١٠$ متر مكعبا تقريبا

(٥) المطلوب تعيين العدد الذى اذا ضرب مربعه فى خمسة يحصل منه عدد ٦٧٥

لحل هذه المسئلة نقول من المعلوم أن ضرب مربع أى عدد فى نفس العدد يحصل منه مكعب العدد المذكور وضربه فى خمسة يحصل منه خمس مكعبه واذن فيكون عدد ٦٧٥ هو خمس مكعب العدد المطلوب واذن يكون

$$١٥ = \sqrt[٥]{٢٣٧٥} = \sqrt[٥]{٦٧٥ \times ٥}$$

ويتحقق ذلك يكون

$$٦٧٥ = ٣ \times ٢٢٥ = \frac{١٠}{٥} \times ١٥$$

الفصل الرابع

(تمرينات)

- (١) استخراج الجذر التربيعي لكل واحد من الأعداد ٥٣٥٩٢٥٥ و ٦٤٠٦٤٠٣٢ و ٨٣٦٣٥١٤٠٩٥ مقرباً بأقل من واحد صحيح
- (٢) استخراج الجذر التربيعي لكل واحد من الأعداد ٢ و ٣ و ٥ مقرباً بأقل من $\frac{1}{1000}$
- (٣) استخراج الجذر التربيعي للكسر $\frac{47}{75}$ مقرباً بأقل من $\frac{1}{10}$
- (٤) استخراج الجذر التربيعي للكسر $\frac{2}{5}$ مقرباً بأقل من $\frac{1}{7}$
- (٥) المطاوب تعيين أضلاع المربعين اللتين مساحتهما ٢٩ آرا و ٢١ ستيار و ١٦٣ آرا و ٨٤ ستيار
- (٦) استخراج الجذر التكعيبي لكل واحد من الأعداد ٩٢٨٩٦٣٤٥٦٣ و ٩٧٤٣٧٨٩٦٣٥٦٤ و ٣٧٨٩٦٤٥٦٨٩٤٧٦٣٤٥ مقرباً بأقل من واحد صحيح
- (٧) استخراج الجذر التكعيبي لكل واحد من الأعداد ٢ و ٣ و ٤ و ٥ مقرباً بأقل من $\frac{1}{1000}$
- (٨) استخراج الجذر التكعيبي للكسر $\frac{7}{35}$ مقرباً بأقل من $\frac{1}{10}$
- (٩) استخراج الجذر التكعيبي للكسر $\frac{2}{5}$ مقرباً بأقل من $\frac{1}{4}$
- (١٠) المطاوب تعيين أضلاع المكعبين اللذين مساحتهما ٠٩١١٢٥ و ٠٠٠٠٠٠٣٣٧٥ متر مكعب و ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ متر مكعب

الباب الرابع

(في النسبة والتناسب)

الفصل الاول

(في النسبة)

(٤٠٤) النسبة هي نتيجة مقارنة كيتين من نوع واحد بعضهما

ثم ان قصد تلك المقارنة البحث عن زيادة احدى الكيتين عن الاخرى سميت نتيجة المقارنة نسبة
طرحية أو عددية أو حسابية أما اذا قصد بها البحث عن عدد مرات احتواء احدى الكيتين
على الاخرى أو عن عدد مرات انحصار احدى الكيتين في الاخرى سميت نتيجة المقارنة نسبة
قسمة أو هندسية أو نسبة فقط

وحيث ان النسبة الطرحية بين العددين ١٢ و ٤ هي $12 - 4 = 8$ والنسبة الهندسية
بين عين هذين العددين ١٢ و ٤ هي $\frac{12}{4} = 3$ ونظر القلة استعمال النسبة العددية في الاعمال
التطبيقية فاننا لم نكلم هنا الا على النسبة الهندسية فنقول

(٤٠٥) يطلق بوجه عام اسم النسبة بين أي كيتين من نوع واحد على العدد الدال على الكيفية
التي تألفت بها أو لاهما من الثانية

فاننا قيل مثلا ان النسبة بين كيتين هي ٥ فذلك يدل على أن اولاهما مؤلفة من خمسة أمثال
الثانية وبعبارة أخرى أن الاولى أكبر خمسة مرات من الثانية وكذا لو قيل أن النسبة بين
كيتين هي $\frac{7}{8}$ فان ذلك يدل على أن الاولى منها مؤلفة من سبعة أمثال ثلث الثانية أو من سبعة
أثمان الثانية وهكذا

(٤٠٦) لايجاد النسبة الكائنة بين أي كيتين مقدرتين بوحدة ما من الوحدات نقسم نتيجتي
التقديرين على بعضهما

فان افرض أن الكيتين المعاويتين هما خطان مستقيمان أحدهما أ ب وثانيهما ح د
وقدرناهما بالتر مثلا وكان المستقيم أ ب يساوي ٤ متر والمستقيم ح د يساوي ٧ متر
ف تكون النسبة بين هذين الطولين هي $\frac{4}{7}$

وذلك لان الطول الثاني لما كان مساويا ٧ متر كان المتر معادلا لضرورة سبعة وحيث ان الطول الاول يساوى ٤ متر فينالفاذن من أربعة أمثال سبع الطول الثاني أعنى يكون مساويا $\frac{4}{7}$ الطول الثاني وبناء عليه فتكون النسبة بين الطولين مساوية $\frac{4}{7}$ وكان يمكن تقدير الطولين المذكورين بوحدة أخرى كالديسمتر مثلا بدل المتر وبذلك يكون طول الخط الاول معادلا ٤ ديسيمتر والثاني معادلا ٧ ديسيمتر بحيث ان النسبة بينهما تكون $\frac{4}{7}$ أو $\frac{4}{7}$

حيث يعلم مما ذكر ان انتخاب الوحدة أمر اختياري فاذن يمكن اعتبار الكمية الثانية المعلومة كأنها وحدة وإذا فترعى غالبا النسبة بين كيتين من نوع واحد بأنها هي العدد الدال على نتيجة تقدير الكمية الاولى بالكمية الثانية معتبرة وحدة

فاذا احتوت الكمية الاولى الكمية الثانية ثلاث مرات مثلا قيل ان النسبة بينهما هي ٣

(٤٠٧) يفهم مما سبق ذكره انه لو جدين الكميات المفروضة مقياس مشترك وقد علم مما سبق أيضا ان هنالك كميات غير جذرية بمعنى أن مقاديرها ليست الاقريبية ففي هذه الحالة لا تكون النسبة بين مثل هذه الكميات الاقريبية لكنه حيث انه يمكن زيادة التقريب من المقادير الحقيقية لهذه الكميات فتكون النسبة بين أى كيتين غير جذريتين هي نهاية النسبة الكائنة بين الكيتين الجذريتين اللتين تقربان جدا من المقدارين الحقيقيين للكيتين المفروضتين

(٤٠٨) يمكن على مقتضى ما ذكر ان تعرف النسبة بين عددين بخارج قسمه أولهما على الثاني وللدلالة على النسبة بين عددين يفصلان عن بعضهما بعلامة القسمة

مثال ذلك اذا أردت بيان النسبة بين العددين ٣ و ٤ وبين $\frac{6}{5}$ و $\frac{7}{4}$ وبين ١ و $\frac{3}{7}$ فانما تكتب هكذا ٣ : ٤ و $\frac{6}{5} : \frac{7}{4}$ و $\frac{3}{7} : 1$ أو هكذا

$$\frac{1}{37} \text{ و } \frac{6}{5} : \frac{7}{4} \text{ و } \frac{3}{4}$$

ويسمى العددان اللذان تألف منهما النسبة بمحدى النسبة

(٤٠٩) النسبتان المتعاكستان هما المتحدتان في الحدود والمتخالفتان في الوضع مثل النسبتين $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{3}$ وحاصل ضرب أى نسبتين متعاكستين مساو دائما للوحدة لان

$$1 = \frac{4 \times 3}{3 \times 4} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$$

الفصل الثاني

(في خواص النسبة)

(٤١٠) نضع النسب دائماً على صورة كسرية انما لا يجب دائماً أن تكون بسوطها ومقاماتها أعداد صحيحة كما شوه ذلك في الكسور الاعتيادية بل تكون تارة أعداداً كسرية أو غير جذرية لكنهما مع ذلك لها عين الخواص التي ذكرت للكسور الاعتيادية

(٤١١) نظرية - مقدار النسبة لا يتغير إذا ضرب حدها أو قسمها على عدد واحد صحيحاً كان أو عدداً كسرياً

فإذا كانت النسبة المعالومة هي $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{7}}$ فإن المقضى البرهنة عليه هو أن

$$\frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}}{\frac{2}{3} \times \frac{1}{7}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{7}}$$

وذلك لأنه إذا أجريت عملية القسمة المدلول عليها بالطرف الأول من هذه التساوية يحدث

$$\frac{2 \times 4}{1 \times 5} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

ثم إذا أجريت عملية القسمة المدلول عليها بالطرف الثاني يحصل أيضاً أن

$$\frac{2 \times 4}{1 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 4}{1 \times 2 \times 2 \times 5} = \frac{2 \times 2}{1 \times 1} \times \frac{2 \times 4}{2 \times 5} = \frac{2 \times 4}{2 \times 5} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

وحيث أن ناتج الطرفين واحد وهو المقدار $\frac{2 \times 4}{1 \times 5}$ فيكونان متساويين وبذلك تحقق النظرية ويمثل ذلك يبرهن في حالة قسمة حدى النسبة على عدد واحد

وملأ كـ ر نتيجـ

أولاً - يمكن اختصار النسبة بواسطة حذف المضارب المشتركة في حديها كما جرى ذلك في الكسور الاعتيادية

ثانياً - يمكن تحويل عدة نسب إلى ذات مقام واحد بعين الطريقة التي اتبعت في الكسور الاعتيادية

(في جمع النسب)

(٤١٢) القاعدة لجمع عدة نسب على بعضها أن يبدأ أولاً باتحاد مقاماتها ثم يجمع البسوط على بعضها ونقسم الناتج على المقام المشترك فيحصل مثلاً

$$\frac{\frac{20}{2} + \frac{30}{6}}{\frac{5}{8}} = \frac{\frac{20}{2}}{\frac{5}{8}} + \frac{\frac{30}{6}}{\frac{5}{8}}$$

وذلك لأن الطرف الأول يحصل منه على التعاقب أن

$$\frac{1 \times 1 \times 20}{1 \times 5 \times 2} + \frac{1 \times 1 \times 30}{1 \times 5 \times 6} = \frac{1 \times 20}{5 \times 2} + \frac{1 \times 30}{5 \times 6} = \frac{\frac{20}{2}}{\frac{5}{8}} + \frac{\frac{30}{6}}{\frac{5}{8}}$$

$$\frac{1 \times 1 \times 20 + 1 \times 1 \times 30}{1 \times 5 \times 6} =$$

ونحصل من الطرف الثاني أيضاً أن

$$\frac{1}{5} \times \frac{1 \times 20 + 1 \times 30}{1 \times 6} = \frac{\frac{1 \times 20 + 1 \times 30}{1 \times 6}}{\frac{5}{8}} = \frac{\frac{1 \times 20}{1 \times 6} + \frac{1 \times 30}{1 \times 6}}{\frac{5}{8}} = \frac{\frac{20}{6} + \frac{30}{6}}{\frac{5}{8}}$$

$$\frac{1 \times 1 \times 20 + 1 \times 1 \times 30}{5 \times 6} =$$

وحيث إن ناتج الطرفين واحد فتكون القاعدة حقيقية

(في طرح النسب)

(٤١٣) طرح نسبة من أخرى مختلفتي المقام تحولان أولاً إلى ذاتي مقام واحد ثم يطرح بسط النسبة المراد طرحها من بسط النسبة المراد الطرح منها ويجعل المقام المشترك مقاماً للناتج ويبرهن على ذلك كما برهن على الجمع

(في ضرب النسب)

(٤١٤) لإيجاد حاصل ضرب نسبتين أو عدة نسب في بعضها تضرب البسوط في بعضها والمقامات كذلك

$$\frac{\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}}{\frac{1}{11} \times \frac{7}{5}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{1}{11}} \times \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{5}}$$

فيحصل مثلاً

وذلك لأن الطرف الأول يؤول إلى

$$\frac{11 \times 4 \times 3}{1 \times 9 \times 7} = \frac{11}{1} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{1}{11}} \times \frac{\frac{3}{7}}{\frac{7}{5}}$$

ويؤل الطرف الثاني الى

$$\frac{11 \times 17 \times 17}{17 \times 9 \times 5} = \frac{11 \times 17}{17 \times 9} \times \frac{17}{5} = \frac{11}{9} \times \frac{17}{5} = \frac{11}{9} \times \frac{17}{5}$$

وحين ان تأتي الطرفين متساويان فتكون القاعدة حقيقية

ويعمل ذلك يبرهن لو ان يضرب عدة نسب في بعضها

(في قسمة النسب على بعضها)

(٤١٥) لقسمة نسبة على أخرى نظير الاولى في الثانية معكوسة فيحصل مثلا

$$\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{7}} \times \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{9}} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{9}} : \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{9}}$$

وذلك لان الطرف الاول يؤل الى

$$\frac{17 \times 17 \times 17}{17 \times 9 \times 5} = \frac{17 \times 17}{17 \times 9} : \frac{17}{5} = \frac{17}{9} \times \frac{17}{5} : \frac{17}{5} = \frac{17}{9} : \frac{1}{5}$$

والطرف الثاني يؤل الى

$$\frac{17 \times 17 \times 17}{17 \times 9 \times 5} = \frac{17 \times 17}{17 \times 9} \times \frac{17}{5} = \frac{17}{9} \times \frac{17}{5}$$

وهما ناتجان متساويان يثبتان صحة القاعدة

(٤١٦) تنبيه - تطبق القواعد المتقدمة أيضا على النسب التي تكون حدودها أعدادا

غير جذرية حيث ان تلك الأعداد تستعوض دائما بأعداد جذرية تكون مقاديرها قريبة جدا من المقادير الحقيقية للأعداد الغير الجذرية

الفصل الثالث

(في التناسب)

(٤١٧) التناسب هو التساوي بين نسبتين من نوع واحد فان كانتا عدديتين كان التناسب

تناسبا عدديا وان كانتا هندسيتين كان تناسبا هندسيا أو تناسبا فقط ولم يتكلم هنا الا على

التناسب الهندسي لكثرة استعماله

فالنسبتان $\frac{12}{8}$ و $\frac{6}{4}$ المتساويتان يتركب منهما هذا التناسب $\frac{12}{8} = \frac{6}{4}$

ويتلفظ به هكذا نسبة ١٢ الى ٨ كنسبة ٦ الى ٤ أو ١٢ على ٨ يساوى ٦ على ٤
وكان يوضع التناسب المذكور على هذه الصورة ١٢ : ٨ :: ٦ : ٤

فالحدان ١٢ و ٤ يسميان طرفا التناسب والحدان ٨ و ٦ يسميان وسطاه وكذا يسمى
الحدان ١٢ و ٦ مقدمان والحدان ٨ و ٤ تاليان

(٤١٨) الرابع المتناسب لثلاثة أعداد معلومة هو عدد رابع يتكون منه ومن الأعداد
الثلاثة المعلومة تناسب فعدد ٨ مثلا من التناسب $\frac{12}{8} = \frac{6}{4}$ هو رابع متناسب للأعداد
الثلاثة الأخر

(٤١٩) الوسط المتناسب بين عددين هو عدد ثالث يتكون منه وسطا التناسب ويكون طرفاه
العددان المعلومان في التناسب $\frac{8}{4} = \frac{6}{3}$ يقال لعدد ٤ أنه وسط متناسب للعددين

٦ و ٨

(٤٢٠) الثالث المتناسب هو الحد الرابع من تناسب فيه الوسطان متساويان فيقال لعدد ٦
في التناسب السابق أنه الثالث المتناسب للعددين ٨ و ٤

(٤٢١) كل تناسب تساوى فيه الوسطان يقال له تناسب متصل

(٤٢٢) النظرية الأولى الأساسية - في كل تناسب حاصل ضرب الطرفين يساوى حاصل

ضرب الوسطين فإذا فرض التناسب $\frac{12}{8} = \frac{6}{4}$ يتحصل $12 \times 4 = 8 \times 6$
وللبرهنة على ذلك نقول إذا ضربنا إحدى النسبة الأولى في ٤ وحدى النسبة الثانية في ٨ يحدث

$$\frac{12 \times 4}{8 \times 4} = \frac{6 \times 8}{4 \times 8}$$

وحيث أن مقامى هذين النسبتين متساويان يكون بسطاهاما كذلك أعنى يكون

$$8 \times 6 = 4 \times 12$$

(٤٢٣) النظرية الثانية عكس الأولى - إذا وجد أربعة أعداد بحالة أن حاصل ضرب
اثنين منها مساو لحاصل ضرب الاثنين الآخرين فانه يتكون من الأعداد الأربعة تناسب
يكون طرفاه عاملا أحدا والحاصلين ووسطاه عاملا الحاصل الثانى

فإذا وجدت الأعداد الأربعة ١٢ و ٨ و ٦ و ٤ مثلا بحيث أن $6 \times 8 = 4 \times 12$
تحصل هذا التناسب $\frac{12}{8} = \frac{6}{4}$

والبرهنة على ذلك نقول اذا قسمنا طرفي المتساوية $6 \times 8 = 4 \times 12$ على عدد واحد وهو 8×4 نحصل $\frac{6 \times 8}{8 \times 4} = \frac{4 \times 12}{8 \times 4}$ وبجذف المضارب المشتركة يحدث $\frac{6}{4} = \frac{12}{8}$ ومما ذكر يستنتج

أولاً - يمكن وضع أعداد التناسب الأربعة على ثمانية صور مختلفة بدون حصول فساد فيه فيحصل مثلاً

$$\frac{6}{8} = \frac{12}{16} \text{ و } \frac{4}{6} = \frac{8}{12} \text{ و } \frac{8}{4} = \frac{12}{6} \text{ و } \frac{12}{4} = \frac{16}{8}$$

$$\frac{6}{12} = \frac{4}{8} \text{ و } \frac{8}{12} = \frac{4}{6} \text{ و } \frac{12}{6} = \frac{8}{4} \text{ و } \frac{12}{8} = \frac{6}{4}$$

ويشاهد في كل واحد من هذه الصور أن حاصل ضرب الطرفين لا يزال مساوياً إلى حاصل ضرب الوسطين وبذلك لا تزال الأعداد الأربعة مركبة للتناسب

ثانياً - يمكن حساب الحد الرابع من تناسب اذا علمت الحدود الثلاثة الأخرى
لتكن الأعداد المعروفة ١٢ و ٨ و ٦ هي الحدود الثلاثة الأولى من تناسب فاذا رمز بالحرف الرابع بالحرف سـ يحدث

$$\frac{6}{8} = \frac{12}{س}$$

وحيث تقدم بقرة (٤٢٢) أن $6 \times 8 = 4 \times 12$ فاذا قسم الطرفين على ١٢ يحدث

$$4 = \frac{6 \times 8}{12} = س$$

أما اذا كان الحد المراد تعيينه هو الحد الثاني مثلاً نحصل

$$6 \times س = 4 \times 12 \text{ أو } \frac{6}{4} = \frac{12}{س}$$

ويقسم الطرفين على ٦ يحدث

$$س = \frac{4 \times 12}{6} = ٨ \text{ أو } س = \frac{4 \times 12}{6}$$

ومن المتساويتين نستنتج ما يأتي

إذا كان الحد المجهول هو أحد الطرفين فإنه يتوصل إليه بواسطة قسمة حاصل ضرب الوسطين

على الطرف المعالم

أما اذا كان الحد المجهول هو الحد الوسطين فإنه يتوصل إليه بواسطة قسمة حاصل ضرب الطرفين

على الوسط المعالم

ثالثاً - الوسط التناسب بين عددين يساوي الجذر التربيعي لحاصل ضربهما

فإذا أريد إيجاد الوسط المتناسب بين العددين ٢٧ و ٣ مثلا وضع التناسب على هذه الصورة

$$\frac{٢٧}{س} = \frac{س}{٣} \text{ ومنه } س \times س = ٢٧ \times ٣ \text{ أو } س^2 = ٨١$$

$$س = \sqrt{٨١} = \sqrt{٣ \times ٢٧} = ٩$$

(٤٢٤) النظرية الثالثة - يمكن ضرب عدة تناسبات في بعضها حتى في حدة ويتركب من

حواصل الضرب تناسب

فإذا فرضت التناسبات

$$\frac{١٥}{٢١} = \frac{٥}{٧} \text{ و } \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣} \text{ و } \frac{١٠}{١٢} = \frac{٥}{٦}$$

فن المعلوم أنه إذا ضربت تلك المتساويات في بعضها طرفا في طرف فإن حاصل الضرب يكونان

متساويين وإذا نحدث

$$\frac{١٥ \times ٤ \times ١٠}{٢١ \times ٦ \times ١٢} = \frac{٥ \times ٢ \times ٥}{٧ \times ٣ \times ٦} \text{ أو } \frac{١٥}{٢١} \times \frac{٤}{٦} \times \frac{١٠}{١٢} = \frac{٥}{٧} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٦}$$

(٤٢٥) النظرية الرابعة - يمكن رفع حدود التناسب الأربعة إلى أي قوة كانت بحيث

يتركب من النواتج تناسب

وذلك لأنه إذا فرض التناسب $\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$ أمكن أن يستخرج منه أن $\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$ و $\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$

$$\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥} \text{ و } \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥} \text{ وإذا نحدث } \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥} \text{ و } \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$$

(٤٢٦) النظرية الخامسة عكس السابقة - يمكن أن يستخرج جذورا لحدود الأربعة

التركيب منها تناسب بأي درجة كانت ولا تزال النواتج يتركب منها تناسب

وذلك لأنه إذا فرض التناسب $\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$ أمكن أن يستخرج منه أن

$$\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥} \text{ و } \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥} \text{ وإذا نحدث } \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥} \text{ و } \frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$$

وإذا نحدث

$$\frac{١٦}{٢٠} = \frac{٤}{٥}$$

(٤٢٧) النظرية السادسة - في كل تناسب نسبة مجموع أوقاض الحديدين الأولى

إلى الثاني كنسبة مجموع أوقاض الحديدين الآخرين إلى الحد الرابع

$$\frac{٤ \pm ١٢}{٤} = \frac{٦ \pm ١٨}{٦} \text{ يحصل } \frac{١٢}{٤} = \frac{١٨}{٦}$$

ولبرهنة على ذلك نقول من المعلوم أن التساوى لا يتغير إذا ضم واحد إلى طرفيه أو طرح واحد من كل منهما وأذن يتحصل من المتساوية المفروضة أن

$$1 \pm \frac{12}{2} = 1 \pm \frac{18}{6}$$

ثم إذا حول الواحد إلى عدد كسرى من نوع مقام الكسر المصاحبه تحصل

$$\frac{4 \pm 12}{2} = \frac{7 \pm 18}{6} \text{ أو } \frac{4}{2} \pm \frac{12}{2} = \frac{7}{6} \pm \frac{18}{6}$$

وعمل ذكر ينتج

أولاً - أن في كل تناسب نسبة مجموع أوافاضل الحدين الأولين إلى مجموع أوافاضل الحدين الآخرين كنسبة الحد الثاني إلى الحد الرابع أو كنسبة الحد الأول إلى الحد الثالث

$$\text{وذلك لأن التناسب } \frac{12}{2} = \frac{18}{6} \text{ يتحصل منه } \frac{4 \pm 12}{2} = \frac{7 \pm 18}{6}$$

وعلى مقتضى النتيجة الأولى من عمدة (٤٢٣) يتحصل

$$\frac{18}{12} = \frac{7}{2} = \frac{7 \pm 18}{4 \pm 12}$$

ثانياً - في كل تناسب نسبة مجموع الحدين الأولين إلى فاضلهما كنسبة مجموع الحدين الآخرين إلى فاضلهما

وذلك لأنه يمكن أن يستخرج من التناسب السابق التناصبان الآتيان

$$\frac{7}{2} = \frac{7-18}{2-12} \text{ و } \frac{7}{2} = \frac{7+18}{2+12}$$

ولوجود النسبة المشتركة بين هذين التناصبين يحدث

$$\frac{7-18}{2-12} = \frac{7+18}{2+12}$$

وبتغيير وسطى هذا التناسب يحدث

$$\frac{4 \pm 12}{2-12} = \frac{7 \pm 18}{2+12}$$

ثالثاً - في كل تناسب نسبة مجموع أوافاضل الحدين الأولين إلى الحد الأول كنسبة مجموع أوافاضل الحدين الآخرين إلى الحد الثالث

وذلك لأنه يستخرج من التناسب $\frac{12}{2} = \frac{18}{6}$ التناسب الآتي (٤٢٣) $\frac{12}{1} = \frac{18}{\frac{1}{2}}$ وعلى

$$\text{مقتضى النظرية يتحصل من هذا التناسب } \frac{4 \pm 12}{1} = \frac{7 \pm 18}{\frac{1}{2}}$$

رابعاً - في كل تناسب نسبة مجموع أوافاضل البسطين (المقدمين) الى مجموع أوافاضل المقامين (التالين) كنسبة أي بسط (مقدم) الى مقامه (تاليه)

وذلك لان التناسب $\frac{12}{4} = \frac{18}{6}$ يستخرج منه $\frac{12}{4} = \frac{18}{6}$ وعلى مقتضى النتيجة الاولى يتحصل $\frac{12+18}{4+6} = \frac{12}{4} = \frac{18}{6}$

خامساً - في كل تناسب نسبة مجموع البسطين (المقدمين) الى فاضلهما كنسبة مجموع المقامين (التالين) الى فاضلهما

لانه يتحصل من التناسب السابق هذان التناسبان

$$\frac{12}{4} = \frac{12-18}{4-6} \quad \text{و} \quad \frac{12}{4} = \frac{12+18}{4+6}$$

وبسبب وجود النسبة المشتركة $\frac{12}{4}$ يحدث

$$\frac{12-18}{4-6} = \frac{12+18}{4+6}$$

وبتغيير الوسطين يحدث

$$\frac{4+6}{4-6} = \frac{12+18}{12-18}$$

(٤٢٨) النظرية السابعة - في سلسلة التناسبات المتساوية نسبة مجموع البسوط

(المقدمات) الى مجموع المقامات (التوالى) كنسبة أي بسط (مقدم) الى مقامه (تاليه)

فاذا فرضت سلسلة التناسبات المتساوية

$$\frac{2}{3} = \dots = \frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27}$$

فانه يتحصل منها

$$\frac{4}{6} = \frac{4+12+16+18}{6+18+24+27}$$

وذلك لانه لما كان كل واحد من الكسور المفروضة مساوياً للكسر $\frac{2}{3}$ تحصل

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad \text{و} \quad \frac{2}{3} = \frac{12}{18} \quad \text{و} \quad \frac{2}{3} = \frac{16}{24} \quad \text{و} \quad \frac{2}{3} = \frac{18}{27}$$

وبحذف مقامات الطرف الاول من كل واحدة من هذه المتساويات بواسطة ضرب طرفها الثاني

في عين المقام يحدث

$$27 \times \frac{2}{3} = 18$$

$$24 \times \frac{2}{3} = 16$$

$$18 \times \frac{2}{3} = 12$$

$$6 \times \frac{2}{3} = 4$$

فإذا جعلت هذه المتساويات على بعضها طرفاً على طرف يحدث

$$(7 + 18 + 24 + 27) \times \frac{r}{r} = 4 + 12 + 16 + 18$$

وبقسمة طرفي هذه المتساوية على العامل $(7 + 18 + 24 + 27)$ يحدث

$$\frac{r}{r} = \frac{4+12+16+18}{7+18+24+27}$$

وحينئذ $\frac{r}{r} = \frac{4}{7} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24}$... يحدث

$$\frac{r}{r} = \frac{4+12+16+18}{7+18+24+27}$$

وعلماً كرمكن أن يستنتج أن في سلسلة التناسبات المتساوية نسبة الجذر التربيعي لمجموع

مربعات البسوط إلى الجذر التربيعي لمجموع مربعات المقامات كنسبة أي بسط إلى مقامه

وذلك لأن النسب المتساوية $\frac{4}{7} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27}$... ولأن من مربعاتها نسب

أخرى متساوية أيضاً (4×27) يحدث

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} = \frac{r}{r} = \frac{r}{r}$$

و بتطبيق النظرية على هذه النسب الأخيرة يحدث

$$\frac{r}{r} = \frac{4+12+16+18}{7+18+24+27}$$

وبناء على ما تقر به مرة (4×27) يحدث

$$\frac{r}{r} = \frac{4}{7} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27}$$

نتيجة من المعلوم أن هذه النتيجة وإن دلل بنظرها على الجذر التربيعي فقط إلا أنه يمكن

تطبيقها أيضاً مهما كانت درجة الجذر <

(4×27) النظرية الثامنة - في سلسلة النسب الغير المتساوية نسبة مجموع البسوط إلى

مجموع المقامات أكبر دائماً من أصغر نسبة فيها وأصغر من أكبرها

فإذا فرضت سلسلة النسب الغير المتساوية

$$\frac{11}{13} > \frac{7}{8} > \frac{2}{3} > \frac{1}{5}$$

فمحصّل

$$\frac{2}{5} < \frac{11+7+2+1}{13+8+4+5}$$

أولاً أن

$$\frac{11}{13} > \frac{11+7+2+1}{13+8+4+5}$$

ثانياً أن

برهان الاول - حيث ان $\frac{2}{5}$ هي أصغر النسب المعاملة يكون $\frac{3}{4} < \frac{2}{5}$ وعليه يكون

$$4 \times \frac{2}{5} < 3$$

وبمثل ذلك يكون

$$8 \times \frac{2}{5} < 7$$

$$12 \times \frac{2}{5} < 11$$

وبخصوص النسبة $\frac{2}{5}$ يكون $5 \times \frac{2}{5} = 2$

ويجمع تلك المقادير الى بعضها طرفا على طرف يحدث

$$\text{أو } (12+8+4+5) \times \frac{2}{5} < 11+7+3+2$$

$$\frac{2}{5} < \frac{11+7+3+2}{12+8+4+5}$$

برهان الثاني - حيث ان النسبة $\frac{11}{13}$ أكبر من $\frac{7}{8}$ يكون $\frac{7}{8} > \frac{11}{13}$ وعليه يكون

$$8 \times \frac{11}{13} > 7$$

وبمثل ذلك يكون

$$4 \times \frac{11}{13} > 3$$

$$5 \times \frac{11}{13} > 2$$

وبخصوص النسبة $\frac{11}{13}$ يكون $13 \times \frac{11}{13} = 11$

ويجمع هذه المقادير على بعضها طرفا على طرف يحدث

$$\text{أو } (5+4+8+12) \times \frac{11}{13} > 2+3+7+11$$

$$\frac{11}{13} > \frac{2+3+7+11}{5+4+8+12}$$

الفصل الرابع

(تعرينات)

(١) اذا كانت النسبة بين طولين مساوية الى $\frac{2}{5}$ وكان الطول الاول مساويا ٤٥٠ متر

فما مقدار طول الثاني

(٢) اذا كانت النسبة بين طولين مساوية الى $\frac{5}{7}$ وكان الطول الثاني مساويا الى ٤٥٠ متر

فما طول الاول

(٣) اذا كانت النسبة بين كيتين مساوية الى $\frac{3}{4}$ وكانت الاولى تساوي $\frac{9}{11}$ فما مقدار الثانية

(٤) المطلوب البرهنة على أنه في كل كسر اعتيادي يشمل حدهاء على عدد واحد من الأرقام اذا كتبت أرقام البسط عدة مرات بجانب بعضها بحيث لا يتكون منها الا عدد واحد ثم كتبت أرقام المقام كذلك مرات بقدر عدد المرات التي استعملت في البسط فان الكسر الناتج يتكون منه كسر مساو للاول

$$\dots = \frac{2121212121}{1010101010} = \frac{212121}{101010} = \frac{2121}{1010} = \frac{21}{10} \text{ فالكسر}$$

(٥) المطلوب ايجاد الرابع المتناسب للأعداد ٩ و ٨ و ٤٥

(٦) المطلوب ايجاد الرابع المتناسب للأعداد $\frac{3}{4}$ و $\frac{9}{1}$ و $\frac{2}{7}$

(٧) المطلوب ايجاد الوسط المتناسب للعدين ١٦ و ٢٥

(تم الجزء الثاني و يليه الجزء الثالث)

(وأوله الباب الاول في المقادير المتناسبة والقاعدة الثلاثة)



Библiотека Александрина



0501911